

Baccalauréat général — Session 2026

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Antilles-Guyane — Jour 1 — mardi 16 juin 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ1AG1

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : arbre à trois branches, probabilité inconnue, variable aléatoire, somme de variables, Bienaymé-Tchebychev	4
2	Équation différentielle $y' = ay + b$, inéquation avec $\ln$; suite arithmético-géométrique, récurrence, suite géométrique	6
3	Vrai/faux en géométrie dans l'espace : vecteur normal, droites sécantes, parallélisme, projeté orthogonal	4
4	Lecture graphique, convexité, point d'inflexion, intégration par parties, famille de fonctions	6

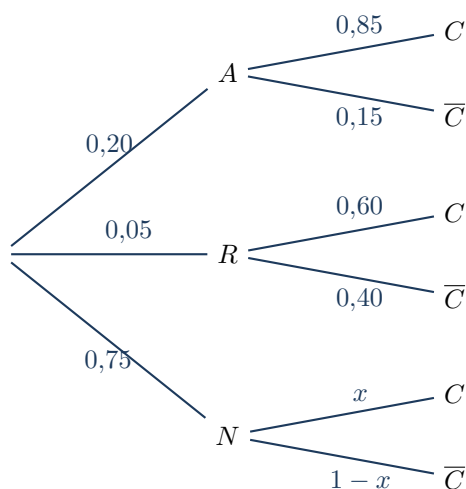
Table des matières

1 Exercice 1 — Contrôle des réacteurs (4 points)	3
1.1 Partie A — Arbre et probabilités	3
1.2 Partie B — Production journalière	4
2 Exercice 2 — Deux protocoles de traitement (6 points)	5
2.1 Partie A — Modèle continu : $y' = -\frac{3}{10}y + 1$	5
2.2 Partie B — Modèle discret	6
3 Exercice 3 — Vrai ou faux dans l'espace (4 points)	7
3.1 Affirmation 1	7
3.2 Affirmation 2	8
3.3 Affirmation 3	8
3.4 Affirmation 4	8
4 Exercice 4 — La fonction $f(x) = x \ln(2x - 1)$ (6 points)	9
4.1 Partie A — Lecture graphique	9
4.2 Partie B — Étude de la fonction	9
4.3 Partie C — Généralisation	11

1 Exercice 1 — Contrôle des réacteurs (4 points)

1.1 Partie A — Arbre et probabilités

1. $P(N) = 1 - 0,20 - 0,05 = 0,75$. Sur chaque nœud, les probabilités se complètent à 1 :



2.

Référence cours : probabilité d'une intersection

$$P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C).$$

Résultat

$$P(A \cap C) = 0,20 \times 0,85 = \boxed{0,17}.$$

3.

Référence cours : formule des probabilités totales

A, R, N forment une partition de l'univers : $P(C) = P(A \cap C) + P(R \cap C) + P(N \cap C)$.

$$P(C) = 0,17 + 0,05 \times 0,60 + 0,75x = 0,17 + 0,03 + 0,75x = 0,20 + 0,75x.$$

Comme $P(C) = 0,35$: $0,20 + 0,75x = 0,35 \iff 0,75x = 0,15 \iff x = \frac{0,15}{0,75} = 0,2$.

Résultat

$$x = P_N(C) = 0,2.$$

4.

$$P_C(N) = \frac{P(N \cap C)}{P(C)} = \frac{0,75 \times 0,2}{0,35} = \frac{0,15}{0,35} = \frac{3}{7} \approx 0,429.$$

Résultat

Sachant que le réacteur est contrôlé, la probabilité qu'il fonctionne normalement est $\boxed{\frac{3}{7} \approx 0,429}$.

1.2 Partie B — Production journalistique

1. a. $X = 0$ si le réacteur est à l'arrêt, $X = 10$ s'il est au ralenti, $X = 16$ s'il fonctionne normalement :

k	0	10	16
$p_k = P(X = k)$	0,20	0,05	0,75

1. b.

Référence cours : espérance et variance d'une variable aléatoire

$$E(X) = \sum k p_k \quad \text{et} \quad V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad \text{avec} \quad E(X^2) = \sum k^2 p_k.$$

$$E(X) = 0 \times 0,20 + 10 \times 0,05 + 16 \times 0,75 = 0 + 0,5 + 12 = 12,5.$$

$$E(X^2) = 0 + 100 \times 0,05 + 256 \times 0,75 = 5 + 192 = 197, \quad V(X) = 197 - 12,5^2 = 197 - 156,25 = 40,75.$$

Résultat

$$E(X) = 12,5 \text{ GWh et } V(X) = 40,75.$$

2. a.

Référence cours : somme de variables aléatoires

$E(X_1 + \dots + X_n) = E(X_1) + \dots + E(X_n)$ (toujours) ; si les variables sont **indépendantes**,
 $V(X_1 + \dots + X_n) = V(X_1) + \dots + V(X_n)$.

Les 12 variables ont la même loi que X et sont indépendantes :

$$E(S) = 12 \times 12,5 = 150, \quad V(S) = 12 \times 40,75 = 489.$$

Résultat

$$E(S) = 150 \text{ et } V(S) = 489.$$

2. b.

Référence cours : inégalité de Bienaymé-Tchebychev

$$P(|S - E(S)| \geq \delta) \leq \frac{V(S)}{\delta^2} \text{ pour tout } \delta > 0.$$

« $100 < S < 200$ » équivaut à $|S - 150| < 50$, contraire de $|S - 150| \geq 50$. Avec $\delta = 50$:

$$P(100 < S < 200) = 1 - P(|S - 150| \geq 50) \geq 1 - \frac{489}{50^2} = 1 - \frac{489}{2500} = 1 - 0,1956 = 0,8044.$$

Résultat

Oui : la probabilité est au moins 0,8044, donc supérieure à 0,80.

2 Exercice 2 — Deux protocoles de traitement (6 points)

2.1 Partie A — Modèle continu : $y' = -\frac{3}{10}y + 1$

1.

Référence cours : équation $y' = ay + b$

Pour $a \neq 0$, les solutions de $y' = ay + b$ sont les fonctions $t \mapsto Ce^{at} - \frac{b}{a}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$a = -\frac{3}{10}, b = 1 : -\frac{b}{a} = -\frac{1}{-3/10} = \frac{10}{3}.$$

Résultat

Les solutions de (E) sont les fonctions $t \mapsto Ce^{-\frac{3}{10}t} + \frac{10}{3}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$2. \quad q(0) = C + \frac{10}{3} = 1, \text{ donc } C = 1 - \frac{10}{3} = -\frac{7}{3}.$$

Résultat

Pour tout $t \geq 0$, $q(t) = \frac{10}{3} - \frac{7}{3}e^{-\frac{3}{10}t}$.

$$3. \quad -\frac{3}{10}t \rightarrow -\infty \text{ donc } e^{-\frac{3}{10}t} \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow +\infty.$$

Résultat

$\lim_{t \rightarrow +\infty} q(t) = \frac{10}{3} \approx 3,33$: à long terme, la quantité de médicament dans le sang se stabilise vers 3,33 mg.

$$4. \quad q'(t) = -\frac{7}{3} \times \left(-\frac{3}{10}\right) e^{-\frac{3}{10}t} = \frac{7}{10}e^{-\frac{3}{10}t} > 0.$$

Résultat

q est **strictement croissante** sur $[0; +\infty[$.

5.

Référence cours : inéquation et logarithme

$\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$: pour $a, b > 0$, $a \leq b \iff \ln a \leq \ln b$. Diviser par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

Il y a un risque dès que $q(t) \geq 3$:

$$\begin{aligned} \frac{10}{3} - \frac{7}{3}e^{-0,3t} \geq 3 &\iff -\frac{7}{3}e^{-0,3t} \geq -\frac{1}{3} \iff e^{-0,3t} \leq \frac{1}{7} \\ &\iff -0,3t \leq \ln \frac{1}{7} = -\ln 7 \iff t \geq \frac{\ln 7}{0,3} = \frac{10 \ln 7}{3}. \end{aligned}$$

Résultat

Le risque apparaît au bout de $t = \frac{10 \ln 7}{3} \approx \boxed{6,5}$ heures.

6. Le traitement doit durer au moins 7 h. Or dès $t \approx 6,5$ h, la quantité dépasse 3 mg (et, q étant croissante, elle reste ensuite au-dessus).

Résultat

Oui, ce protocole présente un risque de toxicité : le seuil de 3 mg est atteint avant la fin du traitement.

2.2 Partie B — Modèle discret

1. Une baisse de 30 % revient à multiplier par $1 - 0,30 = 0,7$; on ajoute ensuite la dose de 0,75 mg injectée chaque heure.

Résultat

Pour tout n , $\boxed{u_{n+1} = 0,7u_n + 0,75}$.

2. a. Récurrence sur $P(n)$: « $u_n \leq u_{n+1} \leq 4$ ».

— **Initialisation** : $u_0 = 1$ et $u_1 = 0,7 + 0,75 = 1,45$: $1 \leq 1,45 \leq 4$.

— **Hérédité** : si $u_n \leq u_{n+1} \leq 4$, on multiplie par $0,7 > 0$ puis on ajoute 0,75 :

$$0,7u_n + 0,75 \leq 0,7u_{n+1} + 0,75 \leq 0,7 \times 4 + 0,75 = 3,55 \leq 4,$$

c'est-à-dire $u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 4$.

— **Conclusion** : pour tout n , $u_n \leq u_{n+1} \leq 4$.

2. b.

Référence cours : convergence monotone

Une suite croissante et majorée converge.

Résultat

(u_n) est croissante et majorée par 4 : elle **converge**.

2. c. La fonction $x \mapsto 0,7x + 0,75$ est continue ; la limite vérifie $\ell = 0,7\ell + 0,75 \iff 0,3\ell = 0,75 \iff \ell = 2,5$.

Résultat

$\boxed{\ell = 2,5}$ mg.

2. d. La suite est croissante de limite 2,5, donc $u_n \leq 2,5 < 3$ pour tout n .

Résultat

Non, ce protocole ne présente pas de risque : la quantité reste toujours inférieure à 2,5 mg.

3. a.

Référence cours : suite géométrique (v_n) est géométrique de raison q si, pour tout n , $v_{n+1} = q v_n$; alors $v_n = v_0 q^n$.

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 2,5 = 0,7u_n + 0,75 - 2,5 = 0,7u_n - 1,75 = 0,7(u_n - 2,5) = 0,7v_n.$$

Résultat (v_n) est géométrique de raison $\boxed{0,7}$ et de premier terme $\boxed{v_0 = 1 - 2,5 = -1,5}$.3. b. $v_n = -1,5 \times 0,7^n$ et $u_n = v_n + 2,5$.**Résultat**Pour tout n , $\boxed{u_n = 2,5 - 1,5 \times 0,7^n}$.

4.

$$\begin{aligned} u_n > 2,4 &\iff -1,5 \times 0,7^n > -0,1 \iff 0,7^n < \frac{0,1}{1,5} = \frac{1}{15} \\ &\iff n \ln 0,7 < -\ln 15 \iff n > \frac{\ln 15}{-\ln 0,7} \approx 7,59, \end{aligned}$$

car $\ln 0,7 < 0$ (on divise par un nombre négatif). Vérification : $u_7 \approx 2,377$ et $u_8 \approx 2,414$.**Résultat**La quantité dépasse 2,4 mg au bout de $\boxed{8}$ injections supplémentaires (après 8 heures).

3 Exercice 3 — Vrai ou faux dans l'espace (4 points)

 $S(-1; \sqrt{2}; -4)$, $A(2; \sqrt{2}; -1)$, $B(1; \sqrt{2}; 0)$, $C(2; 0; -1)$; $d : (2 - k; \sqrt{2}k; -1 - k)$; $P : x - z + 1 = 0$.

3.1 Affirmation 1

Référence cours : vecteur normal

Un vecteur non nul orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan est normal à ce plan.

 $\overrightarrow{SA}(3; 0; 3)$, $\overrightarrow{AB}(-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC}(0; -\sqrt{2}; 0)$ (non colinéaires car A , B , C non alignés).

$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = -3 + 0 + 3 = 0, \quad \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 + 0 + 0 = 0.$$

Réponse : Affirmation 1 vraie.

3.2 Affirmation 2

$\overrightarrow{SB}(2; 0; 4)$, donc $(SB) : x = -1 + 2s, y = \sqrt{2}, z = -4 + 4s$ ($s \in \mathbb{R}$). Tous ses points ont pour ordonnée $\sqrt{2}$.

Sur $d, y = \sqrt{2}k = \sqrt{2} \iff k = 1$, ce qui donne le seul point possible $(1; \sqrt{2}; -2)$. Il appartiendrait à (SB) si $-1 + 2s = 1$, soit $s = 1$, et alors $z = -4 + 4 = 0 \neq -2$.

Réponse : Affirmation 2 **fausse** : les droites (SB) et d n'ont aucun point commun.

3.3 Affirmation 3

Référence cours : droite parallèle à un plan

Une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle au plan de vecteur normal $\vec{n}$ si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$.

d est dirigée par $\vec{u}(-1; \sqrt{2}; -1)$ et P a pour vecteur normal $\vec{n}(1; 0; -1) : \vec{u} \cdot \vec{n} = -1 + 0 + 1 = 0$. (De plus le point $(2; 0; -1)$ de d n'est pas dans P car $2 + 1 + 1 = 4 \neq 0 : d$ est strictement parallèle à P .)

Réponse : Affirmation 3 **vraie**.

3.4 Affirmation 4

Référence cours : projeté orthogonal sur un plan

H est le projeté orthogonal de S sur P si et seulement si $H \in P$ et $\overrightarrow{SH}$ est colinéaire à un vecteur normal de P .

$H(-3; \sqrt{2}; -2) : -3 - (-2) + 1 = 0$, donc $H \in P$. Et $\overrightarrow{SH}(-2; 0; 2) = -2\vec{n}$ est colinéaire à $\vec{n}(1; 0; -1)$.

Réponse : Affirmation 4 **vraie**.

4 Exercice 4 — La fonction $f(x) = x \ln(2x - 1)$ (6 points)

4.1 Partie A — Lecture graphique

1. $f'(1)$ est le coefficient directeur de T , qui passe par $A(1;0)$ et $B(0;-2)$:

Résultat

$$f'(1) = \frac{0 - (-2)}{1 - 0} = \boxed{2}.$$

- 2.

Référence cours : convexité et tangentes

f est concave sur I si et seulement si sa courbe est **en dessous** de toutes ses tangentes sur I .

Sur le graphique, à droite de A , la courbe $\mathcal{C}$ est **au-dessus** de sa tangente T .

Résultat

Non, f n'est pas concave sur $]\frac{1}{2}; +\infty[$ (elle est concave avant 1, convexe après).

3. La courbe traverse sa tangente en A : A est un point d'inflexion, où f'' s'annule en changeant de signe.

Résultat

$$\boxed{f''(1) = 0}.$$

4.2 Partie B — Étude de la fonction

1. Quand $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$, $2x - 1 \rightarrow 0^+$ donc $\ln(2x - 1) \rightarrow -\infty$; et $x \rightarrow \frac{1}{2} > 0$.

Résultat

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty$ (produit) : la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est **asymptote verticale** à $\mathcal{C}$.

2. Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs l'est : $x = 0$ (exclu, car $0 \notin]\frac{1}{2}; +\infty[$) ou $\ln(2x - 1) = 0 \iff 2x - 1 = 1 \iff x = 1$.

Résultat

L'unique solution est $\boxed{x = 1}$.

3. a.

Référence cours : dérivées utiles

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

$$(\ln(2x-1))' = \frac{2}{2x-1} \text{ et } \left(\frac{2x}{2x-1}\right)' = \frac{2(2x-1) - 2x \times 2}{(2x-1)^2} = \frac{-2}{(2x-1)^2}. \text{ Donc}$$

$$f''(x) = \frac{2}{2x-1} - \frac{2}{(2x-1)^2} = \frac{2(2x-1) - 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x-4}{(2x-1)^2} = \frac{4(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

Résultat

$$f''(x) = \frac{4(x-1)}{(2x-1)^2} \text{ sur }]\frac{1}{2}; +\infty[.$$

3. b. $(2x-1)^2 > 0$: $f''(x)$ a le signe de $x-1$, négatif sur $]\frac{1}{2}; 1[$ et positif sur $]1; +\infty[$. f'' s'annule et change de signe **uniquement** en $x=1$.

Résultat

$\mathcal{C}$ admet un unique point d'inflexion, d'abscisse 1 : c'est $A(1;0)$, car $f(1) = 0$ (question 2). C'est bien l'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

4. a. Pour $x \in [1;2]$: $x > 0$ et $2x-1 \geq 1$, donc $\ln(2x-1) \geq \ln 1 = 0$.

Résultat

$f(x) = x \ln(2x-1) \geq 0$ sur $[1;2]$ (produit de deux nombres positifs).

4. b.

Référence cours : primitives usuelles

Une primitive de $\frac{u'}{u}$ (avec $u > 0$) est $\ln u$; une primitive de x est $\frac{x^2}{2}$.

Avec la décomposition admise, et $\frac{2}{2x-1} = \frac{u'}{u}$ pour $u = 2x-1$:

$$\int_1^2 \frac{x^2}{2x-1} dx = \left[\frac{x^2}{4} + \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \ln(2x-1) \right]_1^2 = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \ln 3 \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 \right) = 1 + \frac{1}{8} \ln 3.$$

Résultat

$$\int_1^2 \frac{x^2}{2x-1} dx = 1 + \frac{1}{8} \ln(3).$$

4. c.

Référence cours : intégration par parties

$$\int_a^b u v' = \left[uv \right]_a^b - \int_a^b u' v.$$

$f \geq 0$ sur $[1; 2]$, donc $\mathcal{A} = \int_1^2 x \ln(2x - 1) dx$. On pose $u(x) = \ln(2x - 1)$, $u'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $v'(x) = x$, $v(x) = \frac{x^2}{2}$:

$$\mathcal{A} = \left[\frac{x^2}{2} \ln(2x - 1) \right]_1^2 - \int_1^2 \frac{x^2}{2} \times \frac{2}{2x-1} dx = (2 \ln 3 - 0) - \int_1^2 \frac{x^2}{2x-1} dx = 2 \ln 3 - 1 - \frac{1}{8} \ln 3.$$

Résultat

$$\mathcal{A} = \frac{15}{8} \ln 3 - 1 \approx 1,06 \text{ unité d'aire.}$$

4.3 Partie C — Généralisation

1. Pour $a > 0$ et $x > \frac{1}{a}$: $a > 0$ et $(ax - 1)^2 > 0$, donc $f_a''(x)$ a le signe de $ax - 2$, qui s'annule en $x = \frac{2}{a}$ en changeant de signe (négatif avant, positif après). Et $\frac{2}{a} > \frac{1}{a}$, donc $\frac{2}{a}$ est bien dans l'intervalle.

Résultat

$\mathcal{C}_a$ admet un unique point d'inflexion A_a , d'abscisse $\frac{2}{a}$.

2. $f_a\left(\frac{2}{a}\right) = \frac{2}{a} \ln\left(a \times \frac{2}{a} - 1\right) = \frac{2}{a} \ln 1 = 0$.

Résultat

$A_a\left(\frac{2}{a}; 0\right)$: tous les points A_a sont sur l'axe des abscisses, donc **alignés**. (Pour $a = 2$, on retrouve $A(1; 0)$.)