

Baccalauréat général — Session 2026

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Antilles-Guyane — Jour 2 — mercredi 17 juin 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ2AG1

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : arbre, probabilité conditionnelle, loi binomiale, moyenne d'échantillon, Bienaymé-Tchebychev, suite récurrente	6
2	Géométrie dans l'espace : tétraèdre, aire, projeté orthogonal, volume, plan, droite orthogonale, angle	5
3	Vrai/faux : équations différentielles, convexité, asymptote	4
4	Famille de fonctions f_k : lecture graphique, primitive, dérivées, TVI, Python, valeur moyenne	5

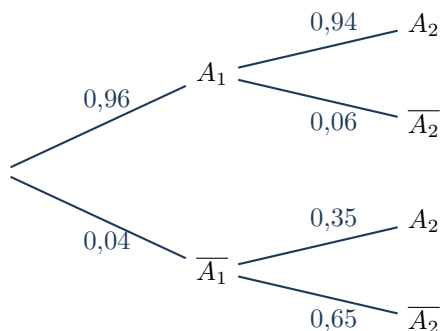
Table des matières

1 Exercice 1 — Transmission de messages (6 points)	3
1.1 Partie A — Deux relais	3
1.2 Partie B — Tests sur un relais	3
1.3 Partie C — Une chaîne de n relais	5
2 Exercice 2 — Module d'escalade (5 points)	5
2.1 Partie A — Volume du module	5
2.2 Partie B — Inclinaison de la face BCD	6
3 Exercice 3 — Vrai ou faux (4 points)	8
3.1 Affirmation 1	8
3.2 Affirmation 2	8
3.3 Affirmation 3	8
3.4 Affirmation 4	8
4 Exercice 4 — La famille $f_k(x) = 1 - x + \frac{k(1 + \ln x)}{x}$ (5 points)	8
4.1 Partie A — Cas $k = 2$	8
4.2 Partie B — Cas $k = 1$	9
4.3 Partie C — k quelconque	11

1 Exercice 1 — Transmission de messages (6 points)

1.1 Partie A — Deux relais

1. D'après l'énoncé, $P_{A_1}(A_2) = 0,94$ et $P_{\overline{A_1}}(A_2) = 0,35$:



2.

Référence cours : formule des probabilités totales

A_1 et $\overline{A_1}$ forment une partition de l'univers : $P(A_2) = P(A_1) P_{A_1}(A_2) + P(\overline{A_1}) P_{\overline{A_1}}(A_2)$.

$$P(A_2) = 0,96 \times 0,94 + 0,04 \times 0,35 = 0,9024 + 0,014 = 0,9164.$$

Résultat

$$P(A_2) = 0,9164.$$

3.

$$P_{A_2}(A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0,9024}{0,9164} \approx 0,9847.$$

Résultat

$P_{A_2}(A_1) \approx 0,9847$: quand le deuxième relais reçoit un message sans erreur, il y a environ 98,5 % de chances que le premier relais l'ait lui aussi reçu sans erreur.

1.2 Partie B — Tests sur un relais

Référence cours : loi binomiale

$X \sim \mathcal{B}(n; p) : P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, E(X) = np, V(X) = np(1-p).$

1. a.

$$P(X = 4) = \binom{50}{4} \times 0,04^4 \times 0,96^{46} \approx 0,090.$$

À la calculatrice

TI : `binomFdp(50,0.04,4)` — Casio : `BinomialPD(4,50,0.04)`.

Résultat

$$P(X = 4) \approx 0,09.$$

1. b. L'événement contraire de « au moins un test positif » est « aucun test positif » :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,96^{50} \approx 1 - 0,130 = 0,870.$$

Résultat

$$P(X \geq 1) \approx 0,87.$$

1. c.

Résultat

$$E(X) = 50 \times 0,04 = \boxed{2} \quad \text{et} \quad V(X) = 50 \times 0,04 \times 0,96 = \boxed{1,92}.$$

2. a.

Référence cours : moyenne de variables indépendantes

Si $X_1, \dots, X_n$ sont indépendantes, de même espérance μ et de même variance σ^2 , et $M = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$, alors $E(M) = \mu$ et $V(M) = \frac{\sigma^2}{n}$.

Résultat

$$E(M) = \boxed{2} \quad \text{et} \quad V(M) = \frac{1,92}{25} = \boxed{0,0768}.$$

2. b.

Référence cours : inégalité de Bienaymé-Tchebychev

$$P(|M - E(M)| \geq \delta) \leq \frac{V(M)}{\delta^2}, \text{ donc } P(|M - E(M)| < \delta) \geq 1 - \frac{V(M)}{\delta^2}.$$

D'après l'indication, $P(M < 7) = P(-3 < M < 7)$, et $-3 < M < 7 \iff -5 < M - 2 < 5 \iff |M - 2| < 5$. Avec $\delta = 5$:

$$P(M < 7) = P(|M - 2| < 5) \geq 1 - \frac{0,0768}{25} = 1 - 0,003072 = 0,996928.$$

Résultat

$$P(M < 7) \geq 0,9969 > 0,99.$$

Point de vigilance

L'indication est justifiée : M est une moyenne de nombres positifs, donc $M \geq 0 > -3$; ajouter la condition $M > -3$ ne change rien.

1.3 Partie C — Une chaîne de n relais

On remarque que $p_{n+1} = 0,94p_n + 0,35(1 - p_n) = 0,59p_n + 0,35$ (probabilités totales, comme en partie A).

1. Récurrence sur $P(n)$: « $p_{n+1} \leq p_n$ », $n \geq 1$.

— **Initialisation** : $p_1 = 0,96$ et $p_2 = 0,59 \times 0,96 + 0,35 = 0,9164 \leq 0,96$.

— **Hérédité** : si $p_{n+1} \leq p_n$, on multiplie par $0,59 > 0$ et on ajoute $0,35$: $0,59p_{n+1} + 0,35 \leq 0,59p_n + 0,35$, soit $p_{n+2} \leq p_{n+1}$.

— **Conclusion** : pour tout $n \geq 1$, $p_{n+1} \leq p_n$.

2.

Référence cours : convergence monotone

Toute suite décroissante et minorée converge.

Résultat

(p_n) est décroissante et minorée par 0 (ce sont des probabilités) : elle **converge**.

3. La fonction $x \mapsto 0,59x + 0,35$ est continue : la limite ℓ vérifie $\ell = 0,59\ell + 0,35$, soit $0,41\ell = 0,35$.

Résultat

$\ell = \frac{0,35}{0,41} = \frac{35}{41} \approx 0,854$: sur une très longue chaîne, un message arrive sans erreur avec une probabilité d'environ 85 %.

2 Exercice 2 — Module d'escalade (5 points)

$A(0; 0; 0)$, $B(\frac{9}{2}; 0; 0)$, $C(\frac{9}{4}; 3; 0)$, $D(\frac{3}{2}; 1; 3)$; unité : le mètre.

2.1 Partie A — Volume du module

1. a.

Référence cours : distance dans un repère orthonormé

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

$$CA = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + 3^2 + 0} = \sqrt{\frac{81}{16} + \frac{144}{16}} = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4},$$

$$CB = \sqrt{\left(\frac{9}{2} - \frac{9}{4}\right)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{\frac{81}{16} + 9} = \frac{15}{4}.$$

Résultat

$CA = CB = \frac{15}{4}$: le triangle ABC est **isocèle en C**.

1. b. Le segment $[AB]$ est sur l'axe des abscisses. La hauteur issue de C tombe au milieu $I\left(\frac{9}{4}; 0; 0\right)$ de $[AB]$ (triangle isocèle) et mesure $CI = 3$ (ordonnée de C).

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times CI}{2} = \frac{\frac{9}{2} \times 3}{2} = \frac{27}{4} = 6,75.$$

Résultat

$$\mathcal{A}_{ABC} = 6,75 \text{ m}^2.$$

2. a. Les trois points A, B, C ont une cote nulle et ne sont pas alignés (le triangle a une aire non nulle).

Résultat

Leurs coordonnées vérifient $z = 0$: une équation du plan (ABC) est $\boxed{z = 0}$.

2. b.

Référence cours : projeté orthogonal sur un plan

H est le projeté orthogonal de D sur $\mathcal{P}$ si et seulement si $H \in \mathcal{P}$ et $\overrightarrow{DH}$ est colinéaire à un vecteur normal de $\mathcal{P}$.

$H\left(\frac{3}{2}; 1; 0\right)$ a une cote nulle, donc $H \in (ABC)$. $\overrightarrow{DH}(0; 0; -3) = -3\vec{k}$, et $\vec{k}(0; 0; 1)$ est normal au plan $z = 0$.

Résultat

H est bien le projeté orthogonal de D sur (ABC) .

3. La hauteur relative à la base ABC est $DH = 3 \text{ m}$:

$$V = \frac{1}{3} \times 6,75 \times 3 = 6,75.$$

Résultat

Le volume du module est $\boxed{6,75 \text{ m}^3}$.

2.2 Partie B — Inclinaison de la face BCD

1. a. $\overrightarrow{BC}\left(-\frac{9}{4}; 3; 0\right)$ et $\overrightarrow{BD}(-3; 1; 3)$, non colinéaires (troisième coordonnée nulle pour l'un, pas pour l'autre).

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \times \left(-\frac{9}{4}\right) + 3 \times 3 + 0 = -9 + 9 = 0, \quad \vec{n} \cdot \overrightarrow{BD} = -12 + 3 + 9 = 0.$$

Résultat

$\vec{n}(4; 3; 3)$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de (BCD) : c'est un **vecteur normal** au plan (BCD) .

1. b. Une équation est $4x + 3y + 3z + d = 0$; avec $B\left(\frac{9}{2}; 0; 0\right)$: $18 + d = 0$, $d = -18$.

Résultat

$(BCD) : \boxed{4x + 3y + 3z - 18 = 0}$. (Contrôle avec $D : 6 + 3 + 9 - 18 = 0$.)

1. c. Δ passe par D et est dirigée par $\vec{n}$:

Résultat

$$\Delta : \begin{cases} x = \frac{3}{2} + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

2. $L \in (ABC) : z = 0 \iff 3 + 3t = 0 \iff t = -1$, d'où $x = \frac{3}{2} - 4 = -\frac{5}{2}$ et $y = 1 - 3 = -2$.

Résultat

$$\boxed{L\left(-\frac{5}{2}; -2; 0\right)}.$$

3.

Référence cours : angle et produit scalaire

$$\cos \widehat{LDH} = \frac{\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{DH}}{DL \times DH}.$$

$$\overrightarrow{DL}\left(-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}; -2 - 1; 0 - 3\right) = (-4; -3; -3) \text{ et } \overrightarrow{DH}(0; 0; -3) :$$

$$\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{DH} = 0 + 0 + 9 = 9, \quad DL = \sqrt{16 + 9 + 9} = \sqrt{34}, \quad DH = 3,$$

$$\cos \widehat{LDH} = \frac{9}{3\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \approx 0,514 \quad \text{donc} \quad \widehat{LDH} \approx 59,0^\circ.$$

Résultat

$\widehat{LDH} \approx 59,0^\circ < 60^\circ$: le module est **adapté aux débutants**.

Point de vigilance

On peut éviter la calculatrice : $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\frac{3}{\sqrt{34}} > \frac{1}{2} \iff 6 > \sqrt{34} \iff 36 > 34$, vrai.
Comme $\cos$ est décroissante sur $[0^\circ; 180^\circ]$, l'angle est bien inférieur à 60° .

3 Exercice 3 — Vrai ou faux (4 points)

3.1 Affirmation 1

Référence cours : équation $y' = ay$

Les solutions de $y' = ay$ sont les fonctions $x \mapsto Ce^{ax}$.

$y' + 2y = 0 \iff y' = -2y : f(x) = Ce^{-2x}$, et $f(0) = 1$ donne $C = 1$. Alors

$$f(\ln 2) = e^{-2\ln 2} = e^{\ln(2^{-2})} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}.$$

Réponse : Affirmation 1 **fausse** : la courbe passe par $(\ln 2; \frac{1}{4})$, pas par $(\ln 2; \frac{1}{2})$.

3.2 Affirmation 2

Référence cours : convexité

La courbe d'une fonction est au-dessus de ses tangentes sur I si et seulement si la fonction est convexe sur I , c'est-à-dire $f'' \geq 0$ sur I .

$f(x) = x - \cos x$, $f'(x) = 1 + \sin x$, $f''(x) = \cos x$. Sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$, $\cos x \leq 0$: f est concave.

Réponse : Affirmation 2 **fausse** : la courbe est en dessous de ses tangentes sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.

3.3 Affirmation 3

Pour $x > 0$: $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$, et $\pm \frac{1}{x} \rightarrow 0$ en $+\infty$. Par le théorème des gendarmes, $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 0$, donc $f(x) \rightarrow 1$.

Réponse : Affirmation 3 **vraie** : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, la droite $y = 1$ est asymptote horizontale en $+\infty$.

3.4 Affirmation 4

$f(x) = 2x - e^{3x}$, $f'(x) = 2 - 3e^{3x}$:

$$f'(x) - 3f(x) = 2 - 3e^{3x} - 6x + 3e^{3x} = 2 - 6x.$$

Réponse : Affirmation 4 **vraie**.

4 Exercice 4 — La famille $f_k(x) = 1 - x + \frac{k(1 + \ln x)}{x}$ (5 points)

4.1 Partie A — Cas $k = 2$

1.

Référence cours : primitive et signe

$F'_2 = f_2$: F_2 est croissante là où $f_2 \geq 0$ et décroissante là où $f_2 \leq 0$.

Sur le graphique, f_2 s'annule vers $x \approx 0,3$ et $x \approx 2,5$; elle est négative avant 0,3, positive entre les deux, négative ensuite.

Résultat

F_2 est **décroissante** sur $]0; \approx 0,3]$, **croissante** sur $[\approx 0,3; \approx 2,5]$ et **décroissante** sur $[\approx 2,5; 3]$.

2.

Méthode

f'_2 s'annule là où f_2 admet un extremum ; f''_2 s'annule (en changeant de signe) au point d'inflexion A , et elle est négative là où f_2 est concave.

f_2 atteint son maximum vers $x \approx 0,75$, croît avant et décroît après : sa dérivée est positive puis négative et s'annule vers 0,75 : c'est la **courbe 1**.

f_2 est concave avant A (abscisse $\approx 1,6$) puis convexe : f''_2 est négative puis positive et s'annule en A : c'est la **courbe 2**.

Résultat

f'_2 est représentée par la **courbe 1**, f''_2 par la **courbe 2**. (La courbe 3 s'annule vers 3, ce qui ne correspond à aucune des deux.)

4.2 Partie B — Cas $k = 1$

1. a.

Référence cours : dérivée d'un quotient

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

Avec $u(x) = 1 + \ln x$ et $v(x) = x$:

$$\left(\frac{1 + \ln x}{x}\right)' = \frac{\frac{1}{x} \times x - (1 + \ln x) \times 1}{x^2} = \frac{1 - 1 - \ln x}{x^2} = -\frac{\ln x}{x^2}.$$

Résultat

$$f'_1(x) = -1 - \frac{\ln x}{x^2} \text{ pour tout } x > 0.$$

1. b. $\frac{\ln x}{x^2} = \frac{\ln x}{x} \times \frac{1}{x} \rightarrow 0 \times 0 = 0$ (croissances comparées).

Résultat

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'_1(x) = -1.$$

2. a. $f_1''(x) = \frac{2\ln x - 1}{x^3}$ a le signe de $2\ln x - 1$ (car $x^3 > 0$) : négatif pour $x < e^{1/2}$, positif pour $x > e^{1/2}$.

f_1' est donc décroissante sur $]0; e^{1/2}]$ et croissante sur $[e^{1/2}; +\infty[$, avec un minimum en $e^{1/2}$:

$$f_1'(e^{1/2}) = -1 - \frac{\frac{1}{2}}{(e^{1/2})^2} = -1 - \frac{1}{2e}.$$

Résultat

Les variations du tableau sont justifiées ; le minimum de f_1' est $-1 - \frac{1}{2e}$, atteint en $\sqrt{e}$.

2. b. En 0^+ : $\ln x \rightarrow -\infty$ et $\frac{1}{x^2} \rightarrow +\infty$, donc $-\frac{\ln x}{x^2} = (-\ln x) \times \frac{1}{x^2} \rightarrow +\infty$.

Résultat

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f_1'(x) = +\infty.$$

2. c.

Référence cours : corollaire du TVI

Une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle prend exactement une fois chaque valeur comprise entre ses bornes.

Sur $]0; \sqrt{e}]$: f_1' est continue, strictement décroissante, de $+\infty$ à $-1 - \frac{1}{2e} < 0$: elle s'annule une seule fois, en un réel α .

Sur $[\sqrt{e}; +\infty[$: f_1' croît de $-1 - \frac{1}{2e}$ vers -1 , donc $f_1'(x) < -1 < 0$: pas de solution.

Ainsi $f_1' > 0$ sur $]0; \alpha[$ et $f_1' < 0$ sur $] \alpha; +\infty[$: f_1 croît puis décroît.

Résultat

L'équation $f_1'(x) = 0$ a une unique solution α ($\alpha \approx 0,65$), et f_1 admet un **maximum** en α .

2. d. Tant que $u < \alpha$, on a $d(u) > 0$; on avance par pas de 0,01 et on s'arrête au premier u tel que $d(u) \leq 0$:

```
def d(x):
    return -1-log(x)/x**2

def alpha():
    u = 0.5
    while d(u) > 0:
        u = u + 0.01
    return u
```

La fonction renvoie 0,66, valeur approchée de α par excès à 10^{-2} près ($\alpha \approx 0,653$).

Point de vigilance

Le départ $u = 0,5$ convient car $d(0,5) = -1 + \frac{\ln 2}{0,25} \approx 1,77 > 0$, donc $0,5 < \alpha$. (En Python, la fonction logarithme népérien s'écrit `log`, ou `ln` si elle a été définie ainsi dans le sujet.)

4.3 Partie C — k quelconque

1.

Référence cours : dérivée de u^2

$$(u^2)' = 2u'u.$$

$$H(x) = \frac{1}{2}(1 + \ln x)^2, \text{ donc } H'(x) = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{x} \times (1 + \ln x) = \frac{1 + \ln x}{x} = h(x).$$

Résultat

 H est une primitive de h sur $]0; +\infty[$.

2.

Référence cours : valeur moyenne

La valeur moyenne de f sur $[a; b]$ est $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$.

$f_k(x) = 1 - x + k h(x)$ a pour primitive $x - \frac{x^2}{2} + k H(x)$. Avec $H(e) = \frac{1}{2}(1 + 1)^2 = 2$ et $H(1) = \frac{1}{2}$:

$$\int_1^e f_k(x) \, dx = \left(e - \frac{e^2}{2} + 2k \right) - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{k}{2} \right) = e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3k}{2}.$$

La valeur moyenne est nulle si et seulement si cette intégrale est nulle :

$$\frac{3k}{2} = \frac{e^2}{2} - e + \frac{1}{2} = \frac{(e-1)^2}{2} \iff k = \frac{(e-1)^2}{3}.$$

Résultat

Oui : pour $k = \frac{(e-1)^2}{3} \approx 0,98$ (qui est bien strictement positif), la valeur moyenne de f_k sur $[1; e]$ est nulle.