

Baccalauréat général — Session 2026 (remplacement)

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole — Jour 1 — mardi 8 septembre 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ1ME3

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

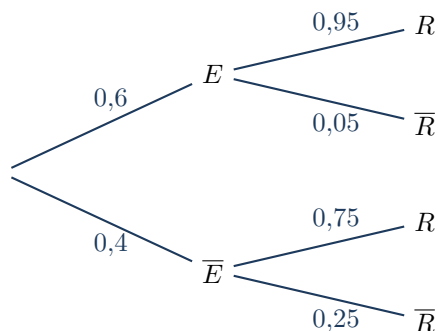
Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : arbre, probabilités totales, loi binomiale, somme de variables indépendantes, Bienaymé-Tchebychev	5
2	Suite homographique $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+3}$: récurrence, suites auxiliaires, suite géométrique, Python	5
3	Vrai/faux en géométrie dans l'espace : base, orthogonalité droite/plan, intersection, distance à un plan	4
4	Équation différentielle $2y' + 3y = 8e^{-\frac{3}{2}t}$; étude de $4te^{-\frac{3}{2}t}$, TVI, valeur moyenne	6

Table des matières

1	Exercice 1 — Délais de livraison (5 points)	3
1.1	Partie A	3
1.2	Partie B	3
1.3	Partie C	4
2	Exercice 2 — Suite homographique (5 points)	5
2.1	Partie A	5
2.2	Partie B	6
3	Exercice 3 — Vrai ou faux dans l'espace (4 points)	7
3.1	Affirmation 1	7
3.2	Affirmation 2	7
3.3	Affirmation 3	7
3.4	Affirmation 4	8
4	Exercice 4 — Équation différentielle et médicament (6 points)	8
4.1	Partie A	8
4.2	Partie B	8

1 Exercice 1 — Délais de livraison (5 points)

1.1 Partie A



1.

Référence cours : probabilité d'une intersection

$P(E \cap R) = P(E) \times P_E(R)$: produit des probabilités le long du chemin.

Résultat

$$P(E \cap R) = 0,6 \times 0,95 = \boxed{0,57}.$$

2.

Référence cours : formule des probabilités totales

$$P(R) = P(E \cap R) + P(\bar{E} \cap R).$$

$$P(R) = 0,57 + 0,4 \times 0,75 = 0,57 + 0,30 = 0,87.$$

Résultat

$P(R) = 0,87$: 87 % des colis de l'entreprise sont livrés dans les délais.

3.

$$P_R(E) = \frac{P(E \cap R)}{P(R)} = \frac{0,57}{0,87} \approx 0,655.$$

Résultat

Un colis livré dans les délais l'a été par un livreur expérimenté avec une probabilité $\approx 0,655$.

1.2 Partie B

1.

Référence cours : loi binomiale

Nombre de succès lors de n répétitions indépendantes d'une même épreuve de Bernoulli de paramètre p : $X \sim \mathcal{B}(n; p)$.

Résultat

On répète 200 fois, de façon indépendante (tirages avec remise), l'épreuve « examiner une livraison » ; succès « délai respecté », de probabilité 0,95. Donc $X \sim \mathcal{B}(200; 0,95)$.

2. $P(X = 200) = 0,95^{200} \approx 3,5 \times 10^{-5}$.

Résultat

Cette probabilité est très faible mais **non nulle** : l'événement n'est pas impossible, il est seulement très peu probable.

3.

À la calculatrice

$P(X \geq 190) = 1 - P(X \leq 189)$: TI 1-binomFRép(200,0.95,189), Casio 1-BinomialCD(189,200,0.95).

Résultat

$P(X \geq 190) \approx 0,583$: il y a environ 58,3 % de chances qu'au moins 190 des 200 livraisons respectent les délais.

1.3 Partie C

1. Pour une loi $\mathcal{B}(n; p)$: $E = np$ et $V = np(1 - p)$.

Résultat

$$E(X_A) = 120 \times 0,85 = \boxed{102}, \quad V(X_A) = 102 \times 0,15 = \boxed{15,3}; \quad E(X_B) = 80 \times 0,9 = \boxed{72}, \\ V(X_B) = 72 \times 0,1 = \boxed{7,2}.$$

2. Par linéarité de l'espérance :

Résultat

$$E(S) = E(X_A) + E(X_B) = 102 + 72 = \boxed{174}.$$

3.

Référence cours : variance d'une somme

Si X et Y sont **indépendantes**, $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$. Sans indépendance, ce n'est pas vrai en général.

Résultat

Si X_A et X_B sont **indépendantes** (ce que suggère l'énoncé : les livraisons d'une zone n'ont pas d'incidence sur l'autre), alors $V(S) = 15,3 + 7,2 = 22,5$.

4.

Référence cours : inégalité de Bienaymé-Tchebychev

$$P(|S - E(S)| \geq \delta) \leq \frac{V(S)}{\delta^2} \text{ pour tout } \delta > 0.$$

S prend des valeurs entières, donc

$$S \in [165; 183] \iff -9 \leq S - 174 \leq 9 \iff |S - 174| < 10.$$

Avec $\delta = 10$:

$$P(S \in [165; 183]) = 1 - P(|S - 174| \geq 10) \geq 1 - \frac{22,5}{10^2} = 1 - 0,225 = 0,775.$$

Résultat

$P(S \in [165; 183]) \geq \boxed{0,775}$: il y a au moins 77,5 % de chances que le nombre total de colis livrés dans les délais soit compris entre 165 et 183 (sur 200).

Point de vigilance

Avec $\delta = 9$, on obtiendrait seulement $P(|S - 174| < 9) \geq 1 - \frac{22,5}{81} \approx 0,722$, qui concerne $[166; 182]$: c'est une minoration juste mais moins précise. L'astuce est d'utiliser que S est entier.

2 Exercice 2 — Suite homographique (5 points)

2.1 Partie A

1.

Référence cours : dérivée d'un quotient

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

$u(x) = 2x$, $u'(x) = 2$; $v(x) = x + 3$, $v'(x) = 1$:

$$f'(x) = \frac{2(x+3) - 2x \times 1}{(x+3)^2} = \frac{6}{(x+3)^2}.$$

Résultat

$$f'(x) = \frac{6}{(x+3)^2} > 0 \text{ sur }]-3; +\infty[: f \text{ est } \mathbf{croissante} \text{ sur }]-3; +\infty[.$$

2. Récurrence sur $P(n)$: « $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ ».

— **Initialisation** : $u_0 = 1$, $u_1 = f(1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$: $0 \leq \frac{1}{2} \leq 1 \leq 1$.

— **Hérédité** : supposons $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$. Ces nombres sont dans $] -3; +\infty[$ où f est croissante :

$$f(0) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(1), \quad \text{soit} \quad 0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2} \leq 1.$$

— **Conclusion** : pour tout n , $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.

3.

Résultat

(u_n) est décroissante et minorée par 0 : elle **converge** (théorème de convergence monotone).

2.2 Partie B1. Pour tout n ($u_n \neq 0$) :

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{u_n + 3}{2u_n} = \frac{u_n}{2u_n} + \frac{3}{2u_n} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{u_n} = \frac{3}{2}v_n + \frac{1}{2}.$$

2.

Référence cours : suite géométrique

(w_n) est géométrique de raison q si $w_{n+1} = q w_n$ pour tout n ; alors $w_n = w_0 q^n$.

$$w_{n+1} = v_{n+1} + 1 = \frac{3}{2}v_n + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}v_n + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}(v_n + 1) = \frac{3}{2}w_n.$$

Résultat

(w_n) est géométrique de raison $\boxed{\frac{3}{2}}$ et de premier terme $\boxed{w_0 = \frac{1}{u_0} + 1 = 2}$.

3. $w_n = 2 \left(\frac{3}{2}\right)^n$, $v_n = w_n - 1 = 2 \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1$ et $u_n = \frac{1}{v_n}$:**Résultat**

Pour tout n , $\boxed{u_n = \frac{1}{2 \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1}}$.

4.

Référence cours : limite de q^n

Si $q > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$.

$\frac{3}{2} > 1$ donc $2 \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \rightarrow +\infty$, et l'inverse tend vers 0.

Résultat

$\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0}$.

5. a.

```
def seuil():
    n = 0
    u = 1
    while u > 10**(-3):
        n = n + 1
```

```

u = 1/(2*(3/2)**n - 1)
return n

```

(On peut aussi écrire $u = 2u/(u+3)$, en utilisant la relation de récurrence.)

$$5. \text{ b. } u_n \leq 10^{-3} \iff 2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \geq 1000 \iff \left(\frac{3}{2}\right)^n \geq 500,5 \iff n \geq \frac{\ln 500,5}{\ln 1,5} \approx 15,33.$$

Résultat

La fonction renvoie 16 ($u_{15} \approx 1,14 \times 10^{-3}$ et $u_{16} \approx 7,6 \times 10^{-4}$).

3 Exercice 3 — Vrai ou faux dans l'espace (4 points)

3.1 Affirmation 1

Référence cours : base de l'espace

Trois vecteurs forment une base de l'espace si et seulement s'ils ne sont **pas coplanaires** : aucun ne s'écrit comme combinaison linéaire des deux autres.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires. Cherchons a, b avec $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$:
$$\begin{cases} 2 = a \\ 1 = b \\ 0 = 2a + 3b \end{cases} ; \text{ la troisième ligne}$$
 donnerait $0 = 4 + 3 = 7$: impossible.

Réponse : Affirmation 1 **vraie** : $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ ne sont pas coplanaires, ils forment une base.

3.2 Affirmation 2

Référence cours : droite orthogonale à un plan

Une droite est orthogonale à un plan si son vecteur directeur est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan.

$\overrightarrow{CD}(0; 3; -3), \overrightarrow{AB}(1; -2; -2), \overrightarrow{AC}(-1; -1; -1)$:

$$\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 - 6 + 6 = 0, \quad \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 - 3 + 3 = 0.$$

Réponse : Affirmation 2 **vraie**.

3.3 Affirmation 3

$P_1 : x - 2y + 3z + d = 0$ et $E \in P_1 : 1 - 2 - 3 + d = 0, d = 4$. Pour $M(2; 2; -1) : 2 - 4 - 3 + 4 = -1 \neq 0$.

Réponse : Affirmation 3 **fausse** : M est bien sur d (pour $t = 1$) mais pas dans P_1 . L'intersection est obtenue pour $-3t + 2 = 0$, soit $t = \frac{2}{3}$: c'est le point $(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3})$.

3.4 Affirmation 4

Référence cours : distance d'un point à un plan

La distance de N au plan est NH où H est le projeté orthogonal de N dans le plan et $\overrightarrow{NH}$ colinéaire à un vecteur normal.

$H(1; -2; 0) : 1 - 4 - 0 + 3 = 0$, donc $H \in P_2$. $\overrightarrow{NH}(-1; -2; 2) = -\vec{n}$ avec $\vec{n}(1; 2; -2)$ normal à P_2 .

Réponse : Affirmation 4 **vraie** : H est le projeté orthogonal de N sur P_2 , la distance vaut $NH = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$.

4 Exercice 4 — Équation différentielle et médicament (6 points)

4.1 Partie A

1.

Référence cours : équation $y' = ay$

Les solutions de $y' = ay$ sont les fonctions $t \mapsto Ce^{at}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$2y' + 3y = 0 \iff y' = -\frac{3}{2}y.$$

Résultat

Les solutions de (E') sont les fonctions $t \mapsto Ce^{-\frac{3}{2}t}$, $C \in \mathbb{R}$.

2. f est solution de $(E) : 2f' + 3f = 8e^{-\frac{3}{2}t}$. Alors, pour g dérivable :

g solution de $(E) \iff 2g' + 3g = 8e^{-\frac{3}{2}t} \iff 2g' + 3g = 2f' + 3f \iff 2(g - f)' + 3(g - f) = 0$,
c'est-à-dire $g - f$ solution de (E') .

3. g est solution de (E) si et seulement si $g - f = Ce^{-\frac{3}{2}t}$:

Résultat

Les solutions de (E) sont les fonctions $t \mapsto (4t + C)e^{-\frac{3}{2}t}$, $C \in \mathbb{R}$.

4. $g(0) = C = 0$.

Résultat

La seule solution qui s'annule en 0 est $f(t) = 4te^{-\frac{3}{2}t}$.

4.2 Partie B

1.

Référence cours : croissances comparées

Pour $a > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} te^{-at} = 0$.

Résultat

$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$: à long terme, le médicament est entièrement éliminé du sang.

2. a. Dérivée d'un produit, avec $(e^{-\frac{3}{2}t})' = -\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}t}$:

$$f'(t) = 4e^{-\frac{3}{2}t} + 4t \times \left(-\frac{3}{2}\right)e^{-\frac{3}{2}t} = (4 - 6t)e^{-\frac{3}{2}t}.$$

2. b. $e^{-\frac{3}{2}t} > 0$: $f'(t)$ a le signe de $4 - 6t$, positif pour $t < \frac{2}{3}$. Maximum : $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3}e^{-1} = \frac{8}{3e} \approx 0,981$.

t	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{8}{3e}$	0

2. c.

Résultat

La quantité est maximale au bout de $\frac{2}{3}$ h, soit 40 minutes ; elle vaut alors environ 0,98 mg.

3.

Référence cours : corollaire du TVI

Une fonction continue et strictement monotone sur $[a; b]$ prend exactement une fois chaque valeur comprise entre $f(a)$ et $f(b)$.

Sur $[1; 3] \subset \left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$, f est continue et strictement décroissante, avec $f(1) = 4e^{-1,5} \approx 0,893$ et $f(3) = 12e^{-4,5} \approx 0,133$. Comme $0,133 < 0,5 < 0,893$, l'équation $f(t) = 0,5$ a une unique solution $\alpha \in [1; 3]$.

À la calculatrice

$f(1,76) \approx 0,502 > 0,5$ et $f(1,77) \approx 0,498 < 0,5$.

Résultat

$1,76 < \alpha < 1,77$.

4. **Condition 1.** La moitié du comprimé de 1 mg est éliminée lorsque la quantité dans le sang est retombée à 0,5 mg (après le pic). Sur $[1; 3]$, f décroît et passe sous 0,5 à l'instant $\alpha \approx 1,77$ h ≤ 2 h (d'ailleurs $f(2) = 8e^{-3} \approx 0,40 < 0,5$).

Condition 2.

Référence cours : valeur moyenne et intégration par parties

Valeur moyenne de f sur $[a; b]$: $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$. IPP : $\int_a^b u v' = [uv]_a^b - \int_a^b u' v$.

On pose $u(t) = 4t$, $u'(t) = 4$, $v'(t) = e^{-\frac{3}{2}t}$, $v(t) = -\frac{2}{3}e^{-\frac{3}{2}t}$:

$$\int_1^3 f(t) dt = \left[-\frac{8}{3}t e^{-\frac{3}{2}t} \right]_1^3 + \int_1^3 \frac{8}{3} e^{-\frac{3}{2}t} dt = \left[-\frac{8}{3}t e^{-\frac{3}{2}t} - \frac{16}{9} e^{-\frac{3}{2}t} \right]_1^3 = \frac{40}{9} e^{-1,5} - \frac{88}{9} e^{-4,5} \approx 0,883.$$

$$\mu = \frac{1}{2} \times 0,883 \approx 0,442 \text{ mg.}$$

Résultat

La condition 1 est **réalisée** ($\alpha \approx 1,77 \leq 2$). La condition 2 **n'est pas réalisée** ($\mu \approx 0,44 > 0,40$) : l'essai clinique n'est donc pas validé.

Point de vigilance

Contrôle de la primitive : $\left(-\left(\frac{8}{3}t + \frac{16}{9} \right) e^{-\frac{3}{2}t} \right)' = -\frac{8}{3} e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3}t + \frac{16}{9} \right) e^{-\frac{3}{2}t} = 4t e^{-\frac{3}{2}t}$.