

Baccalauréat général — Session 2026 (remplacement)

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole — Jour 2 — mercredi 9 septembre 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ2ME3

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : loi binomiale, inéquation avec $\ln$, Python ; arbre, suite récurrente de probabilités	5
2	Fonction $(3x - 1)e^{-x} + 2$: limites, variations, TVI, aire, position par rapport à une tangente	5
3	Vrai/faux : équation différentielle, intégration par parties, inéquation logarithmique, suite arithmétique, Bienaymé-Tchebychev	5
4	Géométrie dans l'espace : plan, projeté orthogonal, volume d'un tétraèdre, distance minimale	5

Table des matières

1 Exercice 1 — Lancers francs (5 points)	3
1.1 Partie A	3
1.2 Partie B	4
2 Exercice 2 — Étude de $f(x) = (3x - 1)e^{-x} + 2$ (5 points)	5
3 Exercice 3 — Vrai ou faux (5 points)	7
3.1 Affirmation 1	7
3.2 Affirmation 2	7
3.3 Affirmation 3	7
3.4 Affirmation 4	7
3.5 Affirmation 5	8
4 Exercice 4 — Géométrie dans l'espace (5 points)	8
4.1 Partie A	8
4.2 Partie B	9

1 Exercice 1 — Lancers francs (5 points)

1.1 Partie A

1. a.

Référence cours : loi binomiale

Si l'on répète n fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre p , le nombre de succès X suit $\mathcal{B}(n; p)$: $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.

Résultat

On répète 5 fois, de manière indépendante, l'épreuve « tirer un lancer franc » dont le succès (lancer réussi) a pour probabilité 0,6. Donc $X \sim \mathcal{B}(5; 0,6)$.

1. b.

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = \binom{5}{4} \times 0,6^4 \times 0,4 + 0,6^5 = 5 \times 0,1296 \times 0,4 + 0,07776 = 0,33696.$$

Résultat

$P(X \geq 4) \approx 0,34$: la joueuse a environ 34 % de chances de réussir au moins 4 de ses 5 lancers.

2. a. « Au moins un lancer réussi » est le contraire de « aucun lancer réussi » :

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - \binom{n}{0} \times 0,6^0 \times 0,4^n = 1 - 0,4^n.$$

2. b.

Référence cours : inéquation $q^n < a$

Pour $0 < q < 1$ et $a > 0$: $q^n < a \iff n \ln q < \ln a \iff n > \frac{\ln a}{\ln q}$ (on divise par $\ln q < 0$, le sens change).

$$1 - 0,4^n > 0,9999 \iff 0,4^n < 10^{-4} \iff n > \frac{\ln(10^{-4})}{\ln 0,4} \approx 10,05.$$

Résultat

À partir de $n = 11$ lancers, la probabilité d'en réussir au moins un dépasse 0,9999. (Contrôle : $0,4^{10} \approx 1,05 \times 10^{-4}$ et $0,4^{11} \approx 4,2 \times 10^{-5}$.)

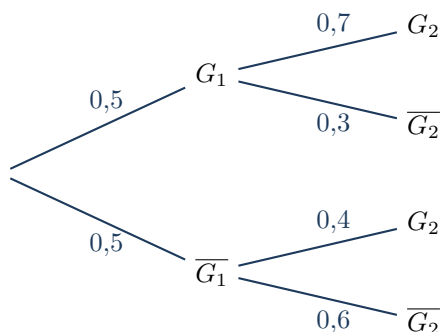
2. c. La variable `p` contient $P(Y \geq 1) = 1 - 0,4^n$; pour $n = 1$, elle vaut 0,6.

```
def basket():
    p = 0.6
    n = 1
    while p <= 0.9999:
        n = n + 1
        p = 1 - 0.4**n
    return n
```

La fonction renvoie 11.

1.2 Partie B

1.



Référence cours : formule des probabilités totales

$$P(G_2) = P(G_1)P_{G_1}(G_2) + P(\overline{G_1})P_{\overline{G_1}}(G_2).$$

Résultat

$$P(G_2) = 0,5 \times 0,7 + 0,5 \times 0,4 = 0,35 + 0,20 = \boxed{0,55}.$$

2. a. Récurrence sur $P(n)$: « $p_n \leq p_{n+1}$ », $n \geq 1$.— **Initialisation** : $p_1 = 0,5 \leq p_2 = 0,55$.— **Hérédité** : si $p_n \leq p_{n+1}$, alors $0,3p_n + 0,4 \leq 0,3p_{n+1} + 0,4$ (multiplication par $0,3 > 0$), soit $p_{n+1} \leq p_{n+2}$.— **Conclusion** : pour tout $n \geq 1$, $p_n \leq p_{n+1}$: la suite est croissante.

2. b.

Résultat

Chaque p_n est une probabilité, donc $p_n \leq 1$: la suite est **majorée par 1**.

2. c.

Résultat

 (p_n) est croissante et majorée : elle **converge** (théorème de convergence monotone).3. (On retrouve la limite : $\ell = 0,3\ell + 0,4 \iff 0,7\ell = 0,4 \iff \ell = \frac{4}{7}$.)

Résultat

 $\frac{4}{7} \approx 0,571$: sur un grand nombre de lancers, la probabilité que ce joueur réussisse un lancer donné se stabilise autour de 57 %.

2 Exercice 2 — Étude de $f(x) = (3x - 1)e^{-x} + 2$ (5 points)

1. En $-\infty : 3x - 1 \rightarrow -\infty$ et $e^{-x} \rightarrow +\infty$, donc $(3x - 1)e^{-x} \rightarrow -\infty$.

Résultat

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

2.

Référence cours : croissances comparées

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0.$$

$$f(x) = 3xe^{-x} - e^{-x} + 2 \rightarrow 0 - 0 + 2 = 2.$$

Résultat

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 : \text{la droite d'équation } y = 2 \text{ est } \mathbf{asymptote horizontale} \text{ à } \mathcal{C} \text{ en } +\infty.$$

3. a. Dérivée d'un produit, avec $(e^{-x})' = -e^{-x}$:

$$f'(x) = 3e^{-x} + (3x - 1) \times (-e^{-x}) = (3 - 3x + 1)e^{-x} = (4 - 3x)e^{-x}.$$

3. b. $e^{-x} > 0$: $f'(x)$ a le signe de $4 - 3x$, positif pour $x < \frac{4}{3}$. Maximum : $f\left(\frac{4}{3}\right) = 3e^{-4/3} + 2 \approx 2,79$.

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$2 + 3e^{-4/3}$	2

4. a.

Référence cours : corollaire du TVI

Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle I , et si 0 est compris entre les bornes (limites) de f sur I , l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution dans I .

Sur $]-\infty; \frac{4}{3}]$: f est continue, strictement croissante, de $-\infty$ à $2 + 3e^{-4/3} > 0$: l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution α .

Sur $[\frac{4}{3}; +\infty[$: f décroît de $2 + 3e^{-4/3}$ vers 2, donc $f(x) > 2 > 0$: aucune solution.

Résultat

L'équation $f(x) = 0$ admet une **unique solution** α sur $\mathbb{R}$.

4. b.

À la calculatrice

$f(-0,21) \approx -0,011 < 0$ et $f(-0,20) \approx 0,046 > 0$.

Résultat

$\alpha \approx -0,21$ (plus précisément $-0,21 < \alpha < -0,20$ et $\alpha \approx -0,208$).

4. c.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

4. d.

Référence cours : aire et intégrale

Si f est continue et positive sur $[a; b]$, l'aire du domaine compris entre $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites $x = a$, $x = b$ est $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f .

Comme $\alpha < 0$, $f > 0$ sur $[0; 2]$. Avec $F(x) = (-3x - 2)e^{-x} + 2x$:

$$\mathcal{A} = F(2) - F(0) = (-8e^{-2} + 4) - (-2) = 6 - 8e^{-2}.$$

Résultat

$\mathcal{A} = 6 - 8e^{-2} \approx 4,92$ unités d'aire.

5.

Méthode

Pour comparer une courbe à une droite, on étudie le signe de la différence $h(x) = (4x + 1) - f(x)$.

$h(x) = 4x + 1 - (3x - 1)e^{-x} - 2 = 4x - 1 - (3x - 1)e^{-x}$, dérivable, avec $h'(x) = 4 - f'(x) = 4 - (4 - 3x)e^{-x}$ et $h(0) = -1 + 1 = 0$.

Étudions f' : $f''(x) = -3e^{-x} - (4 - 3x)e^{-x} = (3x - 7)e^{-x}$, négative sur $]-\infty; \frac{7}{3}]$, positive après. Donc f' est strictement décroissante sur $]-\infty; \frac{7}{3}]$, avec $f'(0) = 4$.

- Pour $x < 0$: $f'(x) > f'(0) = 4$, donc $h'(x) < 0$.
- Pour $0 < x \leq \frac{7}{3}$: $f'(x) < 4$, donc $h'(x) > 0$.
- Pour $x > \frac{7}{3}$: $x > \frac{4}{3}$, donc $f'(x) < 0 < 4$ et $h'(x) > 0$.

h est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$: son minimum est $h(0) = 0$.

Résultat

Pour tout réel x , $h(x) \geq 0$, c'est-à-dire $(3x - 1)e^{-x} + 2 \leq 4x + 1$: la courbe est en dessous de sa tangente en 0.

Point de vigilance

On ne peut pas invoquer la concavité : f n'est concave que sur $] -\infty; \frac{7}{3}]$, pas sur tout $\mathbb{R}$. D'où l'étude de la différence.

3 Exercice 3 — Vrai ou faux (5 points)**3.1 Affirmation 1**

$f(x) = (x-2)e^x$, $f'(x) = e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x$, donc

$$f'(x) - 2f(x) = (x-1)e^x - 2(x-2)e^x = (-x+3)e^x = -(x-3)e^x.$$

Réponse : Affirmation 1 **fausse** : on obtient $-(x-3)e^x$, différent de $(x-3)e^x$ (par exemple en $x=0$: $3 \neq -3$).

3.2 Affirmation 2**Référence cours : intégration par parties**

$$\int_a^b u v' = [uv]_a^b - \int_a^b u' v.$$

$u(x) = 2x+1$, $u'(x) = 2$; $v'(x) = \cos x$, $v(x) = \sin x$:

$$\int_0^\pi (2x+1) \cos x \, dx = [(2x+1) \sin x]_0^\pi - \int_0^\pi 2 \sin x \, dx = 0 - [-2 \cos x]_0^\pi = -(2+2) = -4.$$

Réponse : Affirmation 2 **fausse** : l'intégrale vaut -4 , et non -4π .

3.3 Affirmation 3

Sur $]7; +\infty[$: $2x^2 - 6x - 56 = 2(x-7)(x+4) > 0$ et $4x-8 > 0$, donc les deux logarithmes sont définis. Comme $\ln$ est strictement croissante :

$$\begin{aligned} \ln(2x^2 - 6x - 56) \geq \ln(4x - 8) &\iff 2x^2 - 6x - 56 \geq 4x - 8 \\ &\iff 2x^2 - 10x - 48 \geq 0 \iff x^2 - 5x - 24 \geq 0. \end{aligned}$$

$x^2 - 5x - 24 = (x-8)(x+3)$ est positif à l'extérieur de $[-3; 8]$. Sur $]7; +\infty[$, cela donne $x \geq 8$.

Réponse : Affirmation 3 **vraie** : l'ensemble des solutions est $[8; +\infty[$.

3.4 Affirmation 4**Référence cours : suite arithmétique**

(v_n) est arithmétique de raison r si $v_{n+1} - v_n = r$ pour tout n .

$$v_{n+1} = \frac{2}{u_{n+1}} = \frac{2(5u_n + 3)}{3u_n} = \frac{10u_n}{3u_n} + \frac{6}{3u_n} = \frac{10}{3} + \frac{2}{u_n} = v_n + \frac{10}{3}.$$

Réponse : Affirmation 4 **vraie** : (v_n) est arithmétique de raison $\frac{10}{3}$ (et de premier terme $v_0 = 2$).

3.5 Affirmation 5

Référence cours : Bienaymé-Tchebychev

$$P(|X - E(X)| < \delta) \geq 1 - \frac{V(X)}{\delta^2}.$$

Le nombre X de 6 suit $\mathcal{B}(3600; \frac{1}{6})$: $E(X) = 600$, $V(X) = 3600 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 500$. Et $450 < X < 750 \iff |X - 600| < 150$:

$$P(450 < X < 750) \geq 1 - \frac{500}{150^2} = 1 - \frac{500}{22\,500} \approx 0,978.$$

Réponse : Affirmation 5 **vraie** : la probabilité est minorée par $0,978 \geq 0,97$.

4 Exercice 4 — Géométrie dans l'espace (5 points)

$R(1; 0; 6)$, $S(1; 3; 2)$, $T(3,5; 7; 5)$, $A(-2,5; 8; 4,5)$; unité : le cm.

4.1 Partie A

1. $\overrightarrow{RS}(0; 3; -4)$ et $\overrightarrow{RT}(2,5; 7; -1)$. Si $\overrightarrow{RT} = \lambda \overrightarrow{RS}$, l'abscisse donnerait $2,5 = 0$: impossible.

Résultat

Les vecteurs ne sont pas colinéaires : R, S, T **ne sont pas alignés**.

2. a.

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{RS} = 0 + 12 - 12 = 0, \quad \vec{n} \cdot \overrightarrow{RT} = -25 + 28 - 3 = 0.$$

Résultat

$\vec{n}(-10; 4; 3)$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan : il est **normal** à (RST) .

2. b. Équation $-10x + 4y + 3z + d = 0$; avec R : $-10 + 0 + 18 + d = 0$, d'où $d = -8$.

Résultat

$$(RST) : \boxed{-10x + 4y + 3z - 8 = 0}.$$

3. a. $-10 \times (-2,5) + 4 \times 8 + 3 \times 4,5 - 8 = 25 + 32 + 13,5 - 8 = 62,5 \neq 0$.

Résultat

$A \notin (RST)$.

3. b.

Résultat

$$d_1 \text{ passe par } A \text{ et est dirigée par } \vec{n} : \boxed{\begin{cases} x = -2,5 - 10t \\ y = 8 + 4t \\ z = 4,5 + 3t \end{cases}}, t \in \mathbb{R}.$$

3. c. $H = d_1 \cap (RST) :$

$$-10(-2,5 - 10t) + 4(8 + 4t) + 3(4,5 + 3t) - 8 = 62,5 + 125t = 0 \iff t = -0,5.$$

Résultat

$$x = -2,5 + 5 = 2,5, y = 8 - 2 = 6, z = 4,5 - 1,5 = 3 : \boxed{H(2,5; 6; 3)}.$$

4. a. $\vec{SR}(0; -3; 4), \vec{ST}(2,5; 4; 3) : \vec{SR} \cdot \vec{ST} = 0 - 12 + 12 = 0.$

Résultat

$(SR) \perp (ST) : \text{le triangle } RST \text{ est rectangle en } S.$

4. b. $SR = \sqrt{0 + 9 + 16} = 5$ et $ST = \sqrt{6,25 + 16 + 9} = \sqrt{31,25} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$, donc

$$\mathcal{A}_{RST} = \frac{SR \times ST}{2} = \frac{5 \times \frac{5\sqrt{5}}{2}}{2} = \frac{25\sqrt{5}}{4}.$$

La hauteur est $AH : \vec{AH} = -0,5\vec{n}$, donc $AH = 0,5\sqrt{100 + 16 + 9} = 0,5\sqrt{125} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{25\sqrt{5}}{4} \times \frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{125 \times 5}{8} = \frac{625}{24}.$$

Résultat

$$\boxed{V = \frac{625}{24} \text{ cm}^3} \approx 26,0 \text{ cm}^3.$$

4.2 Partie B

1. $\vec{AM}(-4,5 + s + 2,5; 4 - 4s - 8; 5,5 - 2s - 4,5) = (s - 2; -4s - 4; 1 - 2s) :$

$$AM^2 = (s-2)^2 + (4s+4)^2 + (1-2s)^2 = (s^2 - 4s + 4) + (16s^2 + 32s + 16) + (4s^2 - 4s + 1) = 21s^2 + 24s + 21.$$

2.

Référence cours : minimum d'un trinôme

Si $a > 0$, $as^2 + bs + c$ atteint son minimum en $s = -\frac{b}{2a}$.

AM est minimale quand AM^2 l'est (la racine carrée est croissante) : en $s = -\frac{24}{42} = -\frac{4}{7}$.

$$x = -\frac{9}{2} - \frac{4}{7} = -\frac{71}{14}, \quad y = 4 + \frac{16}{7} = \frac{44}{7}, \quad z = \frac{11}{2} + \frac{8}{7} = \frac{93}{14}.$$

Résultat

$\boxed{M\left(-\frac{71}{14}; \frac{44}{7}; \frac{93}{14}\right)}$, et alors $AM^2 = \frac{99}{7}$, soit $AM = \sqrt{\frac{99}{7}} \approx 3,76 \text{ cm}$. (C'est le projeté orthogonal de A sur d_2 .)