Baccalauréat général — Session 2026

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Polynésie — Jour 1 — mardi 16 juin 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ1PO1

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : arbre, probabilités totales ; dénombrement, tirage simultané, inéquation du second degré	5
2	Vrai/faux : limite, convexité, intégration par parties, équation différentielle, Python (factorielle)	5
3	Suite $u_{n+1} = \ln(3u_n^2 + 1)$: récurrence, convergence, étude de fonction, TVI	5
4	Géométrie dans l'espace : plan, droite orthogonale, distance, projeté sur une droite, volume	5

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Exercice 1 — L'école de surf (5 points) 3

1.1 Partie A — État des planches 3

1.2 Partie B — Le jeu de l'urne 4

2 Exercice 2 — Vrai ou faux (5 points) 5

2.1 Affirmation 1 5

2.2 Affirmation 2 5

2.3 Affirmation 3 5

2.4 Affirmation 4 5

2.5 Affirmation 5 6

3 Exercice 3 — Suite et logarithme (5 points) 6

3.1 Partie A — La suite (u_n) 6

3.2 Partie B — Valeur approchée de la limite 7

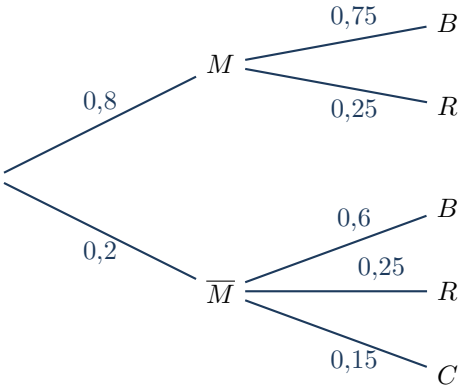
4 Exercice 4 — Géométrie dans l'espace (5 points) 8

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1 Exercice 1 — L'école de surf (5 points)

1.1 Partie A — État des planches

1. $P(M) = 0{,}8$, $P(\overline{M}) = 0{,}2$; $P_M(B) = 0{,}75$ et $P_M(R) = 0{,}25$; $P_{\overline{M}}(B) = 0{,}6$. Les deux dernières branches (R et C après $\overline{M}$) sont complétées en question 2.



2. a.

Résultat

$P(\overline{M} \cap R) = 0{,}05$: 5 % des planches sont **en résine et seront recyclées**.

2. b.

Référence cours : probabilité conditionnelle

$P_{\overline{M}}(R) = \dfrac{P(\overline{M} \cap R)}{P(\overline{M})}$; sur un même nœud, $P_{\overline{M}}(B) + P_{\overline{M}}(R) + P_{\overline{M}}(C) = 1$.

$P_{\overline{M}}(R) = \dfrac{0{,}05}{0{,}2} = 0{,}25$, donc

$$P_{\overline{M}}(C) = 1 - P_{\overline{M}}(B) - P_{\overline{M}}(R) = 1 - 0{,}6 - 0{,}25 = 0{,}15.$$

Résultat

Pour une planche en résine, la probabilité d'être consolidée est bien $\boxed{0{,}15}$.

3.

Référence cours : formule des probabilités totales

$P(B) = P(M \cap B) + P(\overline{M} \cap B) = P(M)P_M(B) + P(\overline{M})P_{\overline{M}}(B)$.

$$P(B) = 0{,}8 \times 0{,}75 + 0{,}2 \times 0{,}6 = 0{,}6 + 0{,}12 = 0{,}72.$$

Résultat

$P(B) = 0{,}72 < 0{,}75 = \frac{3}{4}$: **la gérante a tort**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1.2 Partie B — Le jeu de l'urne

1.

Référence cours : combinaisons et équiprobabilité

Le nombre de façons de choisir 2 objets parmi N (tirage simultané, sans ordre) est $\binom{N}{2} = \dfrac{N(N-1)}{2}$. En situation d'équiprobabilité, $P(E) = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

L'urne contient $n+5$ boules ; il y a $\binom{n+5}{2}$ tirages possibles, tous équiprobables (boules indiscernables au toucher). On gagne si les deux boules sont noires ($\binom{5}{2}$ tirages) **ou** toutes deux rouges ($\binom{n}{2}$ tirages), ces deux cas étant incompatibles.

Résultat

$$\boxed{p = \frac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}}.$$

2. $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ et $\binom{n+5}{2} = \frac{(n+5)(n+4)}{2}$:

$$p = \frac{10 + \frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \frac{\frac{20+n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \frac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

3. Le dénominateur est positif, donc

$$p < \frac{1}{2} \iff 2\left(20 + n^2 - n\right) < (n+5)(n+4) \iff 2n^2 - 2n + 40 < n^2 + 9n + 20 \iff n^2 - 11n + 20 < 0.$$

Référence cours : signe d'un trinôme

$ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur de ses racines et du signe contraire entre elles.

$\Delta = 121 - 80 = 41$, racines $n_1 = \dfrac{11 - \sqrt{41}}{2} \approx 2{,}30$ et $n_2 = \dfrac{11 + \sqrt{41}}{2} \approx 8{,}70$. Le trinôme ($a = 1 > 0$) est négatif strictement entre les racines.

Résultat

$p < \frac{1}{2}$ pour les entiers n tels que $2{,}30 < n < 8{,}70$: $\boxed{n \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}}$.

Point de vigilance

Contrôle aux bornes : pour $n = 8$, $p = \frac{76}{156} \approx 0{,}487 < 0{,}5$; pour $n = 9$, $p = \frac{92}{182} \approx 0{,}505 > 0{,}5$; pour $n = 2$, $p = \frac{22}{42} \approx 0{,}524$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2 Exercice 2 — Vrai ou faux (5 points)

2.1 Affirmation 1

Référence cours : croissances comparées

$\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$.

$f(x) = (x+1)e^{-x} = xe^{-x} + e^{-x} \to 0 + 0 = 0$.

Réponse : Affirmation 1 **fausse** : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2.2 Affirmation 2

Référence cours : convexité

g est convexe sur I si et seulement si $g'' \geqslant 0$ sur I.

$g'(x) = e^x + xe^x = (x+1)e^x$, puis $g''(x) = e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x$. Sur $[-2;+\infty[$, $x+2 \geqslant 0$ et $e^x > 0$, donc $g''(x) \geqslant 0$.

Réponse : Affirmation 2 **vraie**.

2.3 Affirmation 3

Référence cours : intégration par parties

$$\int_a^b u\,v' = \Big[uv\Big]_a^b - \int_a^b u'v.$$

$u(x) = x$, $u'(x) = 1$; $v'(x) = \sin x$, $v(x) = -\cos x$:

$$\int_0^{\pi} x\sin x\,\mathrm{d}x = \Big[-x\cos x\Big]_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x\,\mathrm{d}x = (-\pi\cos\pi + 0) + \Big[\sin x\Big]_0^{\pi} = \pi + 0 = \pi.$$

Réponse : Affirmation 3 **fausse** : l'intégrale vaut π (elle est d'ailleurs positive, car $x\sin x \geqslant 0$ sur $[0;\pi]$).

2.4 Affirmation 4

Référence cours : équation $y' = ay + b$

Les solutions sont les fonctions $x \mapsto Ce^{ax} - \dfrac{b}{a}$, $C \in \mathbb{R}$.

Ici $a = 2$, $b = -5$: solutions $x \mapsto Ce^{2x} + \frac{5}{2}$. h est de cette forme avec $C = -\frac{3}{2}$, et $h(0) = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$. (Vérification directe : $h'(x) = -3e^{2x}$ et $2h(x) - 5 = -3e^{2x} + 5 - 5 = -3e^{2x}$.)

Réponse : Affirmation 4 **vraie**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2.5 Affirmation 5

La boucle multiplie `f` successivement par $k = 1, 2, 3, 4, 5$ (`range(1,n+1)` s'arrête à n) :

$$f = 1 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 = 5!.$$

Réponse : Affirmation 5 **vraie** : `mystere(n)` renvoie $n!$.

3 Exercice 3 — Suite et logarithme (5 points)

3.1 Partie A — La suite (u_n)

1.

Résultat

$u_1 = \ln\left(3 \times 2^2 + 1\right) = \boxed{\ln 13} \approx 2{,}565.$

2.

Résultat

Conjectures : la suite (u_n) semble **croissante** et **convergente**, vers une limite proche de 3,8.

3. On note $f(x) = \ln(3x^2 + 1)$, croissante sur $[0; +\infty[$; on a $u_{n+1} = f(u_n)$. Soit $P(n)$: « $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$ ».

- **Initialisation :** $u_0 = 2$ et $u_1 = \ln 13 \approx 2{,}565$: $2 \leqslant 2 \leqslant 2{,}565 \leqslant 4$.
- **Hérédité :** supposons $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$. La fonction f étant croissante :

$$f(2) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(4), \quad \text{soit} \quad \ln 13 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant \ln 49.$$

  Or $\ln 13 \approx 2{,}56 \geqslant 2$ et $\ln 49 \approx 3{,}89 \leqslant 4$ (car $49 < \mathrm{e}^4 \approx 54{,}6$). Donc $2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 4$.
- **Conclusion :** pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.

4.

Référence cours : convergence monotone

Une suite croissante et majorée converge.

Résultat

(u_n) est croissante ($u_n \leqslant u_{n+1}$) et majorée par 4 : elle **converge**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3.2 Partie B — Valeur approchée de la limite

1.

Référence cours : dérivée de $\ln u$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ pour $u > 0$.

$$g'(x) = \frac{6x}{3x^2+1} - 1 = \frac{6x - (3x^2+1)}{3x^2+1} = \frac{-3x^2+6x-1}{3x^2+1}.$$

2. $3x^2+1 > 0$: $g'(x)$ a le signe de $-3x^2+6x-1$. Son discriminant vaut $36-12=24$, ses racines sont $1-\frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0{,}18$ et $1+\frac{\sqrt{6}}{3} \approx 1{,}82$; le trinôme ($a=-3<0$) est négatif à l'extérieur des racines, donc sur $[2;4]$.

Résultat

$g'(x) < 0$ sur $[2;4]$: g est **strictement décroissante** sur $[2;4]$.

3.

Référence cours : corollaire du TVI

Si g est continue et strictement monotone sur $[a;b]$ et si 0 est compris entre $g(a)$ et $g(b)$, l'équation $g(x)=0$ a une unique solution dans $[a;b]$.

g est continue (dérivable) et strictement décroissante sur $[2;4]$, avec $g(2) = \ln 13 - 2 \approx 0{,}565 > 0$ et $g(4) = \ln 49 - 4 \approx -0{,}108 < 0$.

À la calculatrice

$g(3{,}78) \approx 0{,}001 > 0$ et $g(3{,}79) \approx -0{,}004 < 0$, donc $3{,}78 < \alpha < 3{,}79$.

Résultat

L'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in [2;4]$, et $\boxed{\alpha \approx 3{,}78}$.

4. D'après A.3, $2 \leqslant u_n \leqslant 4$, donc $\ell \in [2;4]$. La fonction f est continue : en passant à la limite dans $u_{n+1} = f(u_n)$, on obtient $\ell = f(\ell)$, c'est-à-dire $\ln(3\ell^2+1) - \ell = 0$, soit $g(\ell) = 0$.

Résultat

ℓ est une solution de $g(x)=0$ dans $[2;4]$; par unicité, $\boxed{\ell = \alpha \approx 3{,}78}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

4 Exercice 4 — Géométrie dans l'espace (5 points)

$A(1;2;-1)$, $B(0;3;2)$, $C(-2;4;0)$, $D(8;2;-11)$.

1. a. $\overrightarrow{AB}(-1;1;3)$ et $\overrightarrow{AC}(-3;2;1)$. Les rapports des abscisses ($\frac{-3}{-1}=3$) et des ordonnées ($\frac{2}{1}=2$) diffèrent : les vecteurs ne sont pas colinéaires.

Résultat

A, B, C ne sont pas alignés : ils **définissent un plan**.

1. b.

Référence cours : vecteur normal

$\vec{n}$ est normal à (ABC) s'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan.

$$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=5\times(-1)+8\times1+(-1)\times3=-5+8-3=0, \qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=-15+16-1=0.$$

Résultat

$\vec{n}(5;8;-1)$ est un **vecteur normal** au plan (ABC).

1. c. Équation $5x+8y-z+d=0$; avec A : $5+16+1+d=0$, donc $d=-22$.

Résultat

(ABC) : $\boxed{5x+8y-z-22=0}$.

1. d. $5\times8+8\times2-(-11)-22=40+16+11-22=45\neq0$.

Résultat

$D\notin(ABC)$.

2. a. Δ est orthogonale au plan, donc dirigée par $\vec{n}(5;8;-1)$, et passe par $D(8;2;-11)$: on obtient exactement $x=8+5t$, $y=2+8t$, $z=-11-t$.

2. b. On remplace dans l'équation du plan :

$$\begin{aligned}5(8+5t)+8(2+8t)-(-11-t)-22=0 &\iff 40+25t+16+64t+11+t-22=0\\ &\iff 90t+45=0 \iff t=-\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Résultat

$x=8-\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$, $y=2-4=-2$, $z=-11+\frac{1}{2}=-\frac{21}{2}$: $\boxed{E\left(\frac{11}{2};-2;-\frac{21}{2}\right)}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. c. E est le projeté orthogonal de D sur le plan. $\overrightarrow{DE} = -\frac{1}{2}\vec{n}$, donc

$$DE = \frac{1}{2}\|\vec{n}\| = \frac{1}{2}\sqrt{25+64+1} = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

Résultat

$\boxed{DE = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}} \approx 4{,}74.$

3. a.

Référence cours : projeté orthogonal sur une droite

H est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC) si et seulement si $H \in (BC)$ et $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$, où $\vec{u}$ dirige (BC).

- **Entrée 1** : c'est le produit scalaire $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}$ avec $\overrightarrow{AH}\left(-\frac{2}{3}-1; \frac{10}{3}-2; \frac{4}{3}+1\right)$ et $\vec{u}(-2;1;-2)$, vecteur directeur de (BC) lu dans sa représentation paramétrique. Il est nul : $(AH) \perp (BC)$.
- **Entrée 2** : le système qui traduit « $H \in (BC)$ » a une solution, donc H est sur la droite (BC).

Point de vigilance

Le logiciel affiche $k = -\frac{1}{3}$, mais le calcul à la main donne $k = \frac{1}{3}$: $-2k = -\frac{2}{3} \iff k = \frac{1}{3}$, puis $3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ et $2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$. L'essentiel pour la démonstration est que le système soit compatible (une valeur de k convient pour les trois équations).

Résultat

$H \in (BC)$ et $\overrightarrow{AH} \perp (BC)$: H est le **projeté orthogonal** de A sur (BC).

3. b. D'après les sorties 3 et 4 : $AH = \sqrt{10}$ (hauteur du triangle ABC issue de A) et $BC = 3$. Donc

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

La hauteur du tétraèdre relative à la base ABC est la distance $DE = \frac{3\sqrt{10}}{2}$:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{9 \times 10}{4} = \frac{90}{12} = \frac{15}{2}.$$

Résultat

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est $\boxed{\mathcal{V} = \dfrac{15}{2} = 7{,}5}$ unités de volume.

mathlvl.fr — Tous droits réservés.
Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).