

Baccalauréat général — Session 2026

Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve d'enseignement de spécialité

Polynésie — Jour 2 — mercredi 17 juin 2026

Code du sujet officiel : 26-MATJ2PO1

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 4 heures. Calculatrice en mode examen autorisée. Quatre exercices indépendants.

Exercice	Thèmes abordés	Points
1	Probabilités : arbre, probabilités totales, loi binomiale, inéquation avec $\ln$, somme de variables, Bienaymé-Tchebychev	5
2	Fonction $\ln(8x^3 - 1)$, TVI, suite récurrente, convergence, Python	5
3	Géométrie dans l'espace : plan, plans perpendiculaires, intersection, projeté sur une droite, aire	5
4	Vrai/faux : convexité, dénombrement, équation différentielle, limite de suite, aire entre deux courbes	5

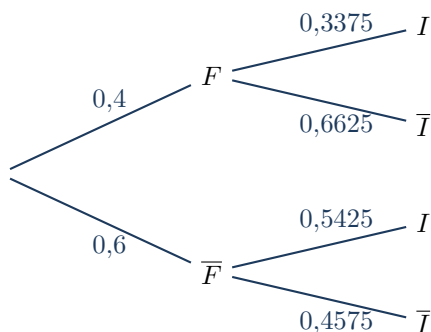
Table des matières

1	Exercice 1 — Orientation vers l'ingénierie (5 points)	3
1.1	Partie A	3
1.2	Partie B	3
1.3	Partie C	4
2	Exercice 2 — Fonction et suite récurrente (5 points)	5
2.1	Partie A — La fonction $f(x) = \ln(8x^3 - 1)$ sur $[4; 10]$	5
2.2	Partie B — La suite $u_{n+1} = f(u_n)$, $u_0 = 5$	6
2.3	Partie C — Le programme Python	7
3	Exercice 3 — Géométrie dans l'espace (5 points)	7
4	Exercice 4 — Vrai ou faux (5 points)	8
4.1	Affirmation 1	8
4.2	Affirmation 2	9
4.3	Affirmation 3	9
4.4	Affirmation 4	9
4.5	Affirmation 5	9

1 Exercice 1 — Orientation vers l'ingénierie (5 points)

1.1 Partie A

1. $P(F) = 0,4$, $P_F(I) = 0,3375$, $P_{\bar{F}}(I) = 0,5425$:



2.

Référence cours : probabilité d'une intersection

$$P(F \cap I) = P(F) \times P_F(I).$$

Résultat

$$P(F \cap I) = 0,4 \times 0,3375 = \boxed{0,135}.$$

3.

Référence cours : formule des probabilités totales

$$P(I) = P(F \cap I) + P(\bar{F} \cap I) \text{ (} F \text{ et } \bar{F} \text{ forment une partition).}$$

$$P(I) = 0,135 + 0,6 \times 0,5425 = 0,135 + 0,3255 = 0,4605.$$

Résultat

$$\boxed{P(I) = 0,4605}.$$

4.

$$P_I(F) = \frac{P(F \cap I)}{P(I)} = \frac{0,135}{0,4605} \approx 0,293.$$

Résultat

Sachant que l'élève envisage des études d'ingénieur, la probabilité que ce soit une fille est $\boxed{\approx 0,293}$.

1.2 Partie B

1. a.

Référence cours : loi binomiale

La répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes de paramètre p ; le nombre X de succès suit $\mathcal{B}(n; p)$ et $E(X) = np$.

Résultat

On répète n fois, de façon indépendante (tirages assimilés à des tirages avec remise), l'épreuve « interroger une fille » à deux issues ; le succès « elle souhaite devenir ingénieure » a pour probabilité 0,15. Donc $X \sim \mathcal{B}(n; 0,15)$.

1. b.

Résultat

$$E(X) = 0,15n.$$

2. « Au moins une fille » a pour contraire « aucune fille » :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,85^n.$$

$$1 - 0,85^n \geq 0,99 \iff 0,85^n \leq 0,01 \iff n \ln 0,85 \leq \ln 0,01 \iff n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,85} \approx 28,34,$$

en divisant par $\ln 0,85 < 0$ (le sens de l'inégalité change).

Résultat

Il faut interroger au moins 29 lycéennes. (Contrôle : $0,85^{28} \approx 0,0106 > 0,01$ et $0,85^{29} \approx 0,0090 \leq 0,01$.)

3. Le quart de 29 vaut 7,25 ; « au moins le quart » signifie donc $X \geq 8$ (X est entier).

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) \approx 0,059.$$

À la calculatrice

TI : 1-binomFRép(29,0.15,7) — Casio : 1-BinomialCD(7,29,0.15).

Résultat

$$P(X \geq 8) \approx 0,059.$$

1.3 Partie C

1.

Résultat

S donne le **nombre total** de lycéennes envisageant de devenir ingénieure parmi les 15 000 interrogées.

2.

Référence cours : somme de variables aléatoires

$$E(X_1 + \cdots + X_n) = \sum E(X_i); \text{ si les } X_i \text{ sont indépendantes, } V(X_1 + \cdots + X_n) = \sum V(X_i).$$

Résultat

$$E(S) = 10 \times 225 = \boxed{2\,250} \quad \text{et} \quad V(S) = 10 \times 191,25 = \boxed{1\,912,5}.$$

3.

Référence cours : inégalité de Bienaymé-Tchebychev

$$P(|S - E(S)| \geq \delta) \leq \frac{V(S)}{\delta^2}.$$

« $2000 < S < 2500$ » équivaut à $|S - 2250| < 250$. Avec $\delta = 250$:

$$P(2000 < S < 2500) = 1 - P(|S - 2250| \geq 250) \geq 1 - \frac{1912,5}{250^2} = 1 - \frac{1912,5}{62\,500} = 1 - 0,0306 = 0,9694.$$

Résultat

L'affirmation est **vraie** : la probabilité est au moins $0,9694 > 0,95$.

2 Exercice 2 — Fonction et suite récurrente (5 points)

2.1 Partie A — La fonction $f(x) = \ln(8x^3 - 1)$ sur $[4; 10]$

1.

Référence cours : dérivée de $\ln u$ et identité remarquable

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}; \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

$$f'(x) = \frac{24x^2}{8x^3 - 1}. \text{ Avec } a = 2x \text{ et } b = 1 : 8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1).$$

Résultat

Pour $x \in [4; 10]$,
$$f'(x) = \frac{24x^2}{(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)}.$$

2. a. Pour $x \in [4; 10]$: $24x^2 > 0$, $2x - 1 > 0$ et $4x^2 + 2x + 1 > 0$.

Résultat

$f'(x) > 0$: f est **croissante** (strictement) sur $[4; 10]$.

2. b. f étant croissante, pour $x \in [4; 10]$: $f(4) \leq f(x) \leq f(10)$, avec

$$f(4) = \ln(511) \approx 6,24 \geq 4, \quad f(10) = \ln(7999) \approx 8,99 \leq 10.$$

Résultat

Pour tout $x \in [4; 10]$, $\boxed{4 \leq f(x) \leq 10}$.

3. a.

Référence cours : corollaire du TVI

Une fonction continue et strictement monotone sur $[a; b]$ prend une seule fois chaque valeur comprise entre $g(a)$ et $g(b)$.

g est continue et strictement décroissante sur $[4; 10]$, avec $g(4) = \ln 511 - 4 \approx 2,24 > 0$ et $g(10) = \ln 7999 - 10 \approx -1,01 < 0$.

Résultat

L'équation $g(x) = 0$ admet une **unique solution** $\alpha \in [4; 10]$.

3. b.

À la calculatrice

Par balayage : $g(8,499) \approx 8 \times 10^{-5} > 0$ et $g(8,500) \approx -6 \times 10^{-4} < 0$.

Résultat

$$\boxed{8,499 < \alpha < 8,500}.$$

2.2 Partie B — La suite $u_{n+1} = f(u_n)$, $u_0 = 5$

1.

Résultat

$$u_1 = f(5) = \ln(8 \times 125 - 1) = \ln 999 \approx \boxed{6,9}.$$

2. a. Récurrence sur $P(n)$: « $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 10$ ».

- **Initialisation** : $u_0 = 5$ et $u_1 \approx 6,9$: $4 \leq 5 \leq 6,9 \leq 10$.
- **Hérédité** : si $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 10$, la croissance de f sur $[4; 10]$ donne $f(4) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(10)$, et d'après A.2.b, $4 \leq f(4)$ et $f(10) \leq 10$. Donc $4 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 10$.
- **Conclusion** : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 10$.

2. b.

Résultat

(u_n) est croissante et majorée par 10 : d'après le théorème de convergence monotone, elle **converge**.

3. Soit ℓ sa limite ; comme $4 \leq u_n \leq 10$, $\ell \in [4; 10]$. f est continue sur $[4; 10]$, donc en passant à la limite dans $u_{n+1} = f(u_n)$: $\ell = f(\ell)$, soit $g(\ell) = 0$.

Résultat

Par unicité de la solution de $g(x) = 0$ sur $[4; 10]$: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$.

2.3 Partie C — Le programme Python

1. La boucle calcule les termes $u_1, u_2, \dots$ tant que $u < a$, et compte les itérations. Elle renvoie donc le **plus petit rang n tel que $u_n \geq a$** .

Résultat

`alpha(8.499)` renvoie 11 : u_{11} est le premier terme supérieur ou égal à 8,499 (on a $u_{10} \approx 8,49897$ et $u_{11} \approx 8,49907$). À partir du rang 11, u_n est une valeur approchée par défaut de α à 10^{-3} près.

2. La suite est croissante et converge vers $\alpha \leq 8,5$: pour tout n , $u_n \leq \alpha \leq 8,5 < 8,6$.

Résultat

La condition `u < 8.6` est **toujours vraie** : la boucle `while` ne s'arrête jamais (boucle infinie), donc aucune valeur n'est renvoyée.

3 Exercice 3 — Géométrie dans l'espace (5 points)

$A(-1; 1; 1)$, $B(1; -6; -1)$, $C(-5; 2; 3)$.

1. a. $\overrightarrow{AB}(2; -7; -2)$ et $\overrightarrow{AC}(-4; 1; 2)$: $\frac{-4}{2} = -2$ mais $\frac{1}{-7} \neq -2$.

Résultat

Les vecteurs ne sont pas colinéaires : A, B, C **ne sont pas alignés**.

1. b.

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 6 \times 2 + (-2) \times (-7) + 13 \times (-2) = 12 + 14 - 26 = 0, \quad \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = -24 - 2 + 26 = 0.$$

Résultat

$\vec{n}(6; -2; 13)$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan : il est **normal** à (ABC) .

1. c. Équation $6x - 2y + 13z + d = 0$; avec A : $-6 - 2 + 13 + d = 0$, d'où $d = -5$.

Résultat

$$(ABC) : \boxed{6x - 2y + 13z - 5 = 0}.$$

2. Un vecteur normal à (P) est $\vec{n'}(8; -2; -4)$, et $\vec{n} \cdot \vec{n'} = 48 + 4 - 52 = 0$.

Résultat

Les vecteurs normaux sont orthogonaux : les plans (ABC) et (P) sont **perpendiculaires**.

3. On remplace la représentation de (d) dans l'équation de (ABC) :

$$6(-4 + t) - 2(-11 + 6t) + 13(2 - t) - 5 = -24 + 6t + 22 - 12t + 26 - 13t - 5 = 19 - 19t.$$

$19 - 19t = 0 \iff t = 1$: une seule valeur, donc un **unique** point d'intersection, obtenu pour $t = 1$: $E(-3; -5; 1)$.

Résultat

(d) coupe (ABC) en l'unique point $E(-3; -5; 1)$.

4. a.

Référence cours : projeté orthogonal sur une droite

H est le projeté orthogonal de A sur (d) si et seulement si $H \in (d)$ et $\overrightarrow{AH}$ est orthogonal à un vecteur directeur de (d) .

Pour $t = 2$: $x = -2$, $y = -11 + 12 = 1$, $z = 2 - 2 = 0$, donc $H \in (d)$. Avec $\vec{u}(1; 6; -1)$ directeur de (d) et $\overrightarrow{AH}(-1; 0; -1)$: $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = -1 + 0 + 1 = 0$.

Résultat

H est le **projeté orthogonal** de A sur (d) .

4. b.

Résultat

La distance de A à (d) est $AH = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$.

4. c. H et E sont deux points de (d) , et $(AH) \perp (d)$: l'angle $\widehat{AHE}$ est droit. $\overrightarrow{HE}(-1; -6; 1)$, donc $HE = \sqrt{1 + 36 + 1} = \sqrt{38}$.

$$\mathcal{A}_{AHE} = \frac{AH \times HE}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{38}}{2} = \frac{\sqrt{76}}{2} = \frac{2\sqrt{19}}{2} = \sqrt{19}.$$

Résultat

Le triangle AHE est **rectangle en H** et son aire vaut $\sqrt{19}$ unités d'aire.

4 Exercice 4 — Vrai ou faux (5 points)

4.1 Affirmation 1

Référence cours : concavité

f est concave sur I si et seulement si $f'' \leq 0$ sur I . Et $(e^u)' = u'e^u$.

$f(x) = xe^{x^2}$: $f'(x) = e^{x^2} + x \times 2xe^{x^2} = (1 + 2x^2)e^{x^2}$, puis

$$f''(x) = 4xe^{x^2} + (1 + 2x^2) \times 2xe^{x^2} = (4x^3 + 6x)e^{x^2} = 2x(2x^2 + 3)e^{x^2}.$$

Sur $] -\infty; 0]$: $2x \leq 0$, $2x^2 + 3 > 0$ et $e^{x^2} > 0$, donc $f''(x) \leq 0$.

Réponse : Affirmation 1 **vraie**.

4.2 Affirmation 2

Référence cours : combinaisons

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; principe multiplicatif pour des choix successifs.

On choisit les 8 rapaces du groupe 1 parmi 24, puis ceux du groupe 2 parmi les 16 restants ; le groupe 3 est alors imposé :

$$\binom{24}{8} \times \binom{16}{8} \times \binom{8}{8} = \frac{24!}{8!16!} \times \frac{16!}{8!8!} \times 1 = \frac{24!}{(8!)^3}.$$

Réponse : Affirmation 2 **vraie** (les groupes sont numérotés, donc distingués).

4.3 Affirmation 3

$$g' = f' = -f + 1 = -(g + 1) + 1 = -g.$$

Réponse : Affirmation 3 **vraie**.

4.4 Affirmation 4

Référence cours : théorème des gendarmes

Si $v_n \leq u_n \leq w_n$ et si (v_n) et (w_n) ont la même limite ℓ , alors $u_n \rightarrow \ell$.

Pour $n \geq 1$, $-1 \leq \sin n \leq 1$, donc $-\frac{1}{n} \leq u_n \leq \frac{1}{n}$, et $\pm \frac{1}{n} \rightarrow 0$.

Réponse : Affirmation 4 **fausse** : (u_n) converge vers 0.

4.5 Affirmation 5

Référence cours : aire entre deux courbes

Si $f \geq g$ sur $[a; b]$, l'aire du domaine compris entre les deux courbes et les droites $x = a$, $x = b$ vaut $\int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx$.

Intersections : $-x^2 + 4x + 1 = x + 1 \iff -x^2 + 3x = 0 \iff x(3 - x) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 3$.
Entre 0 et 3, la parabole est au-dessus de la droite ($-x^2 + 3x \geq 0$).

$$\mathcal{A} = \int_0^3 (-x^2 + 3x) \, dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = 4,5.$$

Réponse : Affirmation 5 **fausse** : l'aire vaut 4,5 unités d'aire.