

Baccalauréat général — Session 2026

# Corrigé détaillé

Mathématiques — Épreuve anticipée

Candidats avec enseignement de spécialité mathématiques

**Métropole — sujet de secours — vendredi 12 juin 2026**

Code du sujet officiel : 26-MATSPEGEME2

**Objectif du document**

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 2 heures. Calculatrice non autorisée : tous les calculs sont menés à la main. Première partie : automatismes (QCM, 6 points) ; deuxième partie : trois exercices (14 points).

| Exercice | Thèmes abordés                                                                                                           | Points |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| QCM      | Automatismes : formules, puissances, pourcentages, coefficient directeur, racines carrées, signe, médiane, développement | 6      |
| 1        | Lecture graphique de $f$ et $f'$ , tangente ; étude de $f(t) = e^t(t - 3)^2$                                             | 6      |
| 2        | Château de cartes : somme des entiers, inéquation du second degré                                                        | 4      |
| 3        | Géométrie repérée : aires, produit scalaire, cosinus d'un angle, projeté orthogonal                                      | 4      |

## Table des matières

|          |                                                       |          |
|----------|-------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Première partie — Automatismes (QCM, 6 points)</b> | <b>3</b> |
| 1.1      | Question 1 — Isoler $p'$ . . . . .                    | 3        |
| 1.2      | Question 2 — Puissances . . . . .                     | 3        |
| 1.3      | Question 3 — Augmentation de 20 % . . . . .           | 3        |
| 1.4      | Question 4 — Coefficient directeur . . . . .          | 3        |
| 1.5      | Question 5 — Proportion de proportion . . . . .       | 4        |
| 1.6      | Question 6 — Résoudre $t^2 = 100$ . . . . .           | 4        |
| 1.7      | Question 7 — Équation d'une droite . . . . .          | 4        |
| 1.8      | Question 8 — Racines carrées . . . . .                | 4        |
| 1.9      | Question 9 — Tableau de signes . . . . .              | 4        |
| 1.10     | Question 10 — Inéquation graphique . . . . .          | 5        |
| 1.11     | Question 11 — Médiane . . . . .                       | 5        |
| 1.12     | Question 12 — Développements . . . . .                | 5        |
| 1.13     | Bilan du QCM . . . . .                                | 5        |
| <b>2</b> | <b>Exercice 1 — Fonction et dérivée (6 points)</b>    | <b>6</b> |
| 2.1      | Partie A — Étude graphique . . . . .                  | 6        |
| 2.2      | Partie B — Population de bactéries . . . . .          | 6        |
| <b>3</b> | <b>Exercice 2 — Château de cartes (4 points)</b>      | <b>7</b> |
| <b>4</b> | <b>Exercice 3 — Éclairage d'une scène (4 points)</b>  | <b>8</b> |

## 1 Première partie — Automatismes (QCM, 6 points)

### 1.1 Question 1 — Isoler $p'$

#### Méthode

On isole  $\frac{1}{p'}$ , on réduit au même dénominateur, puis on prend l'inverse des deux membres.

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{p+f}{fp} \quad \text{donc} \quad p' = \frac{fp}{f+p}.$$

Réponse : a.  $p' = \frac{fp}{f+p}$ .

### 1.2 Question 2 — Puissances

#### Référence cours : règles de calcul sur les puissances

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{et} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

$$\frac{2^5 \times 2^3}{2^7} = \frac{2^8}{2^7} = 2^{8-7} = 2.$$

Réponse : d. 2.

### 1.3 Question 3 — Augmentation de 20 %

#### Référence cours : coefficient multiplicateur

Augmenter de  $t\%$  revient à multiplier par  $1 + \frac{t}{100}$ .

$$80 \times 1,2 = 96.$$

Réponse : c. 96 euros.

### 1.4 Question 4 — Coefficient directeur

#### Référence cours : coefficient directeur

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

$$m = \frac{7-3}{3-1} = \frac{4}{2} = 2.$$

Réponse : c. 2.

## 1.5 Question 5 — Proportion de proportion

Référence cours : proportion d'une sous-population

Si une partie représente  $p_1$  d'un ensemble et qu'une sous-partie représente  $p_2$  de cette partie, elle représente  $p_1 \times p_2$  de l'ensemble.

$$0,60 \times \frac{1}{4} = 0,15 = 15 \, \%.$$

Réponse : c. 15 %.

1.6 Question 6 — Résoudre  $t^2 = 100$ 

$$20 = \frac{t^2}{5} \iff t^2 = 100 \iff t = 10 \text{ ou } t = -10.$$

Réponse : a. 10 ou -10.

## 1.7 Question 7 — Équation d'une droite

On lit l'ordonnée à l'origine : la droite coupe l'axe des ordonnées en  $-1$ . Elle passe aussi par  $(4; 5)$  : coefficient directeur  $\frac{5-(-1)}{4-0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ .

Réponse : d.  $y = \frac{3}{2}x - 1$ .

## 1.8 Question 8 — Racines carrées

Référence cours : simplifier une racine carrée

$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  pour  $a, b \geq 0$ .

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2} \text{ et } 2\sqrt{8} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}, \text{ donc}$$

$$\frac{\sqrt{98} + 2\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 11.$$

Réponse : c. 11.

## 1.9 Question 9 — Tableau de signes

$2x - 4 = 0 \iff x = 2$  et  $-x + 1 = 0 \iff x = 1$ . En développant, le coefficient de  $x^2$  est  $2 \times (-1) = -2 < 0$  : le produit est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

|        |           |   |   |           |   |
|--------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x$    | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
| $f(x)$ | —         | 0 | + | 0         | — |

Réponse : c.

### 1.10 Question 10 — Inéquation graphique

On cherche les abscisses des points de la courbe situés **sur ou au-dessus** de la droite d'équation  $y = 1$  : la courbe dépasse 1 entre  $-2$  et  $-1$  (premier « dôme ») et entre  $3$  et  $5$  (second). Les bornes sont incluses car l'inégalité est large.

**Réponse : b.**  $[-2; -1] \cup [3; 5]$ .

### 1.11 Question 11 — Médiane

Référence cours : médiane

Pour un effectif total  $N$  pair, la médiane est la moyenne des valeurs de rangs  $\frac{N}{2}$  et  $\frac{N}{2} + 1$  (série rangée dans l'ordre croissant).

$N = 10 + 6 + 4 + 6 + 4 = 30$  : on cherche les valeurs de rangs 15 et 16. Effectifs cumulés : 10 pour la valeur 0, puis 16 pour la valeur 1. Les 15<sup>e</sup> et 16<sup>e</sup> valeurs valent 1.

**Réponse : b.** 1.

### 1.12 Question 12 — Développement

Référence cours : identités remarquables

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2, \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

- a.  $(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1$  ;
- b.  $(1 - 2x)^2 + 4x - 2 = 1 - 4x + 4x^2 + 4x - 2 = 4x^2 - 1$  ;
- c.  $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1 \neq 4x^2 - 1$  ;
- d.  $4(x + 1)^2 - 5 - 8x = 4x^2 + 8x + 4 - 5 - 8x = 4x^2 - 1$ .

**Réponse : c.**  $(2x - 1)^2$ .

### 1.13 Bilan du QCM

| Question | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Réponse  | a | d | c | c | c | a | d | c | c | b  | b  | c  |

## 2 Exercice 1 — Fonction et dérivée (6 points)

### 2.1 Partie A — Étude graphique

1.

Référence cours : lien entre  $f$  et  $f'$

$f$  est croissante là où  $f' \geq 0$ , décroissante là où  $f' \leq 0$ ; aux extremums de  $f$ , la dérivée s'annule.

$\mathcal{C}$  a une tangente horizontale (un maximum) en  $x = 1$  et un minimum en  $x = 3$  :  $\mathcal{C}'$  s'annule justement en 1 et en 3. De plus  $\mathcal{C}$  croît avant 1, là où  $\mathcal{C}'$  est au-dessus de l'axe, décroît entre 1 et 3, là où  $\mathcal{C}'$  est en dessous, puis croît après 3.

Résultat

Les variations de la fonction de  $\mathcal{C}$  correspondent au signe de celle de  $\mathcal{C}'$  :  $\mathcal{C}'$  représente la dérivée. L'inverse est impossible :  $\mathcal{C}'$  a un minimum vers  $x \approx 2,4$ , or  $\mathcal{C}$  ne s'annule pas en cet endroit.

2.

Référence cours : équation de la tangente

La tangente au point d'abscisse  $a$  a pour équation  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ .

$\mathcal{C}$  passe par  $(0; 9)$  donc  $f(0) = 9$ ;  $\mathcal{C}'$  passe par  $(0; 3)$  donc  $f'(0) = 3$ .

Résultat

$y = 3(x - 0) + 9$ , soit  $y = 3x + 9$ .

### 2.2 Partie B — Population de bactéries

1.  $t^2 - 6t + 9 = t^2 - 2 \times 3 \times t + 3^2 = (t - 3)^2$  (identité remarquable), donc  $f(t) = e^t(t - 3)^2$ .

Résultat

$e^t > 0$  et  $(t - 3)^2 \geq 0$  :  $f(t) \geq 0$  pour tout réel  $t$ , avec  $f(t) = 0$  uniquement pour  $t = 3$ .

2.

Résultat

$f(0) = e^0 \times (0 - 3)^2 = 9$  : au début de l'observation, la densité est de 9 milliers de bactéries par millilitre.

3.

Référence cours : dérivée d'un produit

$(uv)' = u'v + uv'$ ;  $(e^t)' = e^t$ ;  $((t - 3)^2)' = 2(t - 3)$ .

$$f'(t) = e^t(t - 3)^2 + e^t \times 2(t - 3) = e^t(t^2 - 6t + 9 + 2t - 6) = e^t(t^2 - 4t + 3).$$

4. a.  $e^t > 0$ , donc  $f'(t)$  a le signe de  $t^2 - 4t + 3$ .  $\Delta = 16 - 12 = 4$ , racines  $\frac{4-2}{2} = 1$  et  $\frac{4+2}{2} = 3$ ; le trinôme ( $a = 1 > 0$ ) est positif à l'extérieur des racines.

|         |           |   |   |           |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| $t$     | $-\infty$ | 1 | 3 | $+\infty$ |   |
| $f'(t)$ | +         | 0 | - | 0         | + |

4. b.  $f(1) = e \times (1 - 3)^2 = 4e \approx 10,8$ ;  $f(3) = 0$ ; en  $+\infty$ ,  $e^t \rightarrow +\infty$  et  $(t - 3)^2 \rightarrow +\infty$ , donc  $f(t) \rightarrow +\infty$ .

|         |   |      |   |           |   |
|---------|---|------|---|-----------|---|
| $t$     | 0 | 1    | 3 | $+\infty$ |   |
| $f'(t)$ | + | 0    | - | 0         | + |
| $f(t)$  | 9 | $4e$ | 0 | $+\infty$ |   |

### Résultat

La densité augmente pendant la première heure (jusqu'à environ 10,8 milliers/mL), diminue jusqu'à s'annuler à  $t = 3$  h, puis la population repart à la hausse.

## 3 Exercice 2 — Château de cartes (4 points)

1. À l'étage 1 (le plus bas) d'un château à  $N$  étages, il y a  $N$  triangles « pointe en haut » ; chaque étage en a un de moins que celui du dessous.

### Résultat

$N$  triangles à l'étage 1.

2.

### Référence cours : somme des premiers entiers

$$1 + 2 + \cdots + N = \frac{N(N+1)}{2}.$$

### Résultat

$$N + (N-1) + \cdots + 1 = \frac{N(N+1)}{2} \text{ triangles.}$$

3. Chaque triangle « pointe en haut » utilise 2 cartes inclinées :  $2 \times \frac{N(N+1)}{2} = N(N+1)$  cartes. Entre deux étages, des cartes horizontales servent de plancher : au-dessus de l'étage de  $k$  triangles, il y en a  $k-1$ . Cela fait  $(N-1) + (N-2) + \cdots + 1 + 0 = \frac{(N-1)N}{2}$  cartes horizontales. Au total :

$$N(N+1) + \frac{N(N-1)}{2} = \frac{2N^2 + 2N + N^2 - N}{2} = \frac{3N^2 + N}{2}.$$

(Contrôle pour  $N = 3$  :  $6 \times 2 = 12$  cartes inclinées et  $2 + 1 = 3$  cartes horizontales, soit  $15 = \frac{27+3}{2}$ .)

4. On cherche le plus grand entier  $N$  tel que  $\frac{3N^2 + N}{2} \leq 54$ , soit  $3N^2 + N \leq 108$ . La quantité  $3N^2 + N$  augmente avec  $N$  :

$$N = 5 : \frac{75 + 5}{2} = 40 \leq 54 \qquad N = 6 : \frac{108 + 6}{2} = 57 > 54.$$

### Résultat

Avec 54 cartes, on peut construire un château d'au plus 5 étages (il faut 40 cartes, il en reste 14).

## 4 Exercice 3 — Éclairage d'une scène (4 points)

1.

### Résultat

$A(0; 10)$ ,  $B(5; 10)$ ,  $C(5; 0)$ ,  $D(0; 3)$ ,  $E(5; 6)$ ,  $F(4; 0)$ .

2. La scène est un rectangle de  $5 \times 10 = 50$  unités d'aire. La partie non éclairée est formée de deux triangles rectangles :

$$\mathcal{A}_{ODF} = \frac{OD \times OF}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6, \qquad \mathcal{A}_{FCE} = \frac{FC \times CE}{2} = \frac{1 \times 6}{2} = 3.$$

Partie éclairée :  $50 - 6 - 3 = 41$ , soit  $\frac{41}{50} = 82\%$ .

### Résultat

$82\% > 80\%$  : l'affirmation est **exacte**.

3.

### Référence cours : produit scalaire en repère orthonormé

$$\vec{u}(x; y) \cdot \vec{v}(x'; y') = xx' + yy'.$$

$$\overrightarrow{FD}(0 - 4; 3 - 0) = (-4; 3) \text{ et } \overrightarrow{FE}(5 - 4; 6 - 0) = (1; 6).$$

### Résultat

$$\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE} = -4 \times 1 + 3 \times 6 = \boxed{14}.$$

4.

### Référence cours : produit scalaire et cosinus

$$\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE} = FD \times FE \times \cos \widehat{DFE}.$$

$$FD = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ et } FE = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37}, \text{ donc}$$

### Résultat

$$\cos \widehat{DFE} = \frac{14}{5\sqrt{37}} = \boxed{\frac{14\sqrt{37}}{185}}.$$

5.

**Référence cours : produit scalaire et projeté orthogonal**

Si  $H$  est le projeté orthogonal de  $E$  sur la droite  $(FD)$ , alors  $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FH}$ .

On cherche  $M$  sur  $[DF]$  tel que  $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FM} = 14 = \overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE}$ . Le projeté orthogonal  $H$  de  $E$  sur  $(DF)$  vérifie cette égalité, et c'est le seul point de la droite  $(DF)$  qui la vérifie (sur  $(DF)$ ,  $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FM} = \pm FD \times FM$  détermine  $M$ ).

**Résultat**

On place l'équerre le long de  $[DF]$  et on trace la perpendiculaire à  $(DF)$  passant par  $E$  : elle coupe  $[DF]$  au point  $M$  cherché (projeté orthogonal de  $E$ ). On a alors  $FM = \frac{14}{FD} = \frac{14}{5} = 2,8$ , et  $M$  est bien sur le segment car  $2,8 < 5$ .