

Plaquette 1 – Aires usuelles, prismes, cylindres et conversions

Aires et volumes — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Aires (base b , hauteur h **perpendiculaire** à la base, rayon r) :

$$A_{\text{parallélogramme}} = b \times h \quad A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2} \quad A_{\text{disque}} = \pi \times r^2$$

Périmètre du cercle : $2 \times \pi \times r$.

Volumes des solides « droits » :

$$V = A_{\text{base}} \times h \quad \text{d'où} \quad V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h$$

Pour un pavé droit, $V = L \times \ell \times h$.

Conversions :

- aires : $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ (on multiplie par 100 à chaque rang) ; $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$;
- volumes : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ (par 1 000 à chaque rang) ;
- contenances : $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ et $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.

Correction de l'exercice 1 – Aire d'un parallélogramme

L'aire d'un parallélogramme est le produit d'une **base** par la **hauteur** qui lui est associée (perpendiculaire à cette base) :

$$A = b \times h$$

Ici, la base est $[AB]$, de longueur 7 cm, et la hauteur associée est $[DH]$, de longueur 4 cm :

- $A = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$.
- **Piège** : la longueur $AD = 4,5 \text{ cm}$ n'est **pas** la hauteur (le côté $[AD]$ n'est pas perpendiculaire à $[AB]$). Le calcul $7 \times 4,5 = 31,5$ serait faux.
- **Pourquoi ?** En découpant le triangle ADH et en le recollant de l'autre côté, on obtient un rectangle de 7 cm sur 4 cm.

Réponse. 28 cm^2 .

Correction de l'exercice 2 – Aire d'un triangle

L'aire d'un triangle est la moitié du produit d'une base par la hauteur associée :

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

La base est $[AB]$ (8 cm) et la hauteur associée est $[CH]$ (5 cm), perpendiculaire à (AB) :

- $A = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$.
- **Pourquoi diviser par 2 ?** Le triangle occupe exactement la moitié du rectangle de 8 cm sur 5 cm qui l'entoure.
- **Piège** : le côté $AC = 5,8 \text{ cm}$ n'est pas une hauteur ; on ne l'utilise pas.

Réponse. 20 cm^2 .

Correction de l'exercice 3 – Une hauteur à l'extérieur

On prend comme base le côté $[AB]$, de longueur 6 cm. La hauteur associée est la distance de C à la **droite** (AB) : c'est $CH = 4$ cm, même si le point H est à l'extérieur du segment $[AB]$.

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

- **Méthode** : pour tracer cette hauteur, on prolonge le côté $[AB]$ (en pointillé) et on abaisse la perpendiculaire depuis C .
- **Contrôle** : le triangle AHC (rectangle en H) a une aire de $\frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$, le triangle BHC une aire de $\frac{2 \times 4}{2} = 4 \text{ cm}^2$, et $16 - 4 = 12 \text{ cm}^2$ ✓

Réponse. 12 cm^2 .

Correction de l'exercice 4 – Aire et périmètre d'un disque

a) Aire du disque :

$$A = \pi \times r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$$

b) Périmètre du cercle : $P = 2 \times \pi \times r = 10\pi \approx 31,4 \text{ cm}$.

- **Piège** : $r^2 = r \times r = 25$, et non $2 \times r = 10$.
- **Unités** : une aire s'exprime en cm^2 , une longueur (le périmètre) en cm.
- **Ordre de grandeur** : le disque tient dans un carré de 10 cm de côté (100 cm^2) ; $78,5 \text{ cm}^2$ est bien un peu moins ✓

Réponse. a) $\approx 78,5 \text{ cm}^2$ · b) $\approx 31,4 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 5 – Convertir des aires

Pour les aires, on multiplie ou on divise par 100 à chaque changement d'unité (car un carré de 1 dm de côté contient $10 \times 10 = 100$ carrés de 1 cm).

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

- a) $3,5 \times 10\,000 = 35\,000 \text{ cm}^2$.
- b) $1\,250 \div 100 = 12,5 \text{ cm}^2$.
- c) $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$, donc $0,8 \times 10\,000 = 8\,000 \text{ m}^2$.
- **Piège** : on ne multiplie pas par 10 comme pour les longueurs ; 1 m^2 ne vaut pas 100 cm^2 .
- **Repère** : un hectare est un carré de 100 m de côté, à peu près un terrain de football.

Réponse. a) $35\,000 \text{ cm}^2$ · b) $12,5 \text{ cm}^2$ · c) $8\,000 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 6 – Une figure composée

On découpe la figure en deux morceaux simples et on **additionne** leurs aires.

- Rectangle : $12 \times 7 = 84 \text{ cm}^2$.
- Demi-disque : le diamètre BC vaut 7 cm, donc le rayon vaut 3,5 cm. L'aire du demi-disque est la moitié de celle du disque :

$$\frac{\pi \times 3,5^2}{2} = \frac{12,25\pi}{2} \approx 19,2 \text{ cm}^2$$

Aire totale : $84 + 19,24 \approx 103,2 \text{ cm}^2$.

- **Piège** : le rayon est la **moitié** du diamètre ; prendre $r = 7$ donnerait une aire quatre fois trop grande.
- **Conseil** : on garde des valeurs précises pendant le calcul et on n'arrondit qu'à la fin.

Réponse. $\approx 103,2 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 7 - Une plaque trouée

Cette fois, on **retire** l'aire du trou à celle du carré.

- Carré : $10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$.
- Trou (disque de rayon 3 cm) : $\pi \times 3^2 = 9\pi \approx 28,27 \text{ cm}^2$.

$$A = 100 - 9\pi \approx 100 - 28,27 = 71,73 \approx 71,7 \text{ cm}^2$$

- **Contrôle** : le trou occupe un peu moins du tiers de la plaque (28 sur 100) ; il reste donc un peu plus des deux tiers ✓
- **Méthode** : pour une figure « avec un trou », on calcule la grande figure entière puis on soustrait la partie enlevée.

Réponse. $\approx 71,7 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 8 - L'aquarium

a) Le volume d'un pavé droit est le produit de ses trois dimensions (c'est aussi l'aire de la base multipliée par la hauteur) :

$$V = L \times \ell \times h = 40 \times 25 \times 30 = 30\,000 \text{ cm}^3$$

Calcul astucieux : $40 \times 25 = 1\,000$, puis $1\,000 \times 30 = 30\,000$.

b) $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$, donc $30\,000 \text{ cm}^3 = 30\,000 \div 1\,000 = 30 \text{ L}$.

- **Ordre de grandeur** : un seau contient environ 10 L ; il faut donc 3 seaux pour remplir l'aquarium ✓

Réponse. a) $30\,000 \text{ cm}^3$ · b) 30 L.

Correction de l'exercice 9 - Volume d'un prisme droit

Le volume d'un prisme droit est l'aire de sa base multipliée par sa hauteur :

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

- **Base** : le triangle ABC est rectangle en A ; ses deux côtés de l'angle droit sont une base et une hauteur. Son aire vaut $\frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$.
- **Hauteur** du prisme : la longueur d'une arête latérale, 6 cm.
- **Volume** : $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^3$.
- **Contrôle** : le prisme est la moitié d'un pavé droit de $4 \times 3 \times 6 = 72 \text{ cm}^3$ ✓
- **Remarque** : les arêtes en pointillé sont cachées ; elles aident à voir le solide sans changer le calcul.

Réponse. 36 cm^3 .

Correction de l'exercice 10 - Le volume d'une tente

Le prisme est couché : sa **base** est le triangle de l'entrée et sa **hauteur** est la longueur de la tente.

a) Aire du triangle d'entrée :

$$A = \frac{2 \times 1,5}{2} = 1,5 \text{ m}^2$$

b) Volume du prisme : $V = 1,5 \times 3 = 4,5 \text{ m}^3$.

En litres : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, donc $4,5 \text{ m}^3 = 4\,500 \text{ L}$.

— **Piège** : la « hauteur » du prisme n'est pas forcément verticale ; c'est la distance entre les deux bases (ici, la longueur de la tente).

Réponse. a) $1,5 \text{ m}^2$ · b) $4,5 \text{ m}^3$.

Correction de l'exercice 11 - Volume d'un cylindre

Un cylindre est un « prisme à base ronde » : son volume est l'aire du disque de base multipliée par la hauteur.

$$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 10 = 160\pi \approx 503 \text{ cm}^3$$

— Aire de la base : $\pi \times 16 \approx 50,27 \text{ cm}^2$.

— Volume : $50,27 \times 10 \approx 502,7 \text{ cm}^3$, soit 503 cm^3 arrondi.

Conversion : $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$, donc $503 \text{ cm}^3 \approx 0,5 \text{ L}$.

— **Ordre de grandeur** : c'est à peu près le volume d'une petite bouteille d'eau ✓

Réponse. $\approx 503 \text{ cm}^3 \approx 0,5 \text{ L}$.

Correction de l'exercice 12 - Convertir des volumes et des contenances

Pour les volumes, on multiplie ou on divise par 1 000 à chaque changement d'unité (un cube de 1 dm contient $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes de 1 cm). On relie ensuite aux contenances :

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} \quad 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

a) $2,5 \times 1\,000 = 2\,500 \text{ cm}^3$; et $2,5 \text{ dm}^3 = 2,5 \text{ L}$.

b) $750 \text{ mL} = 750 \text{ cm}^3 = 750 \div 1\,000 = 0,75 \text{ dm}^3$.

c) $1,2 \text{ m}^3 = 1\,200 \text{ dm}^3 = 1\,200 \text{ L}$.

— **Piège** : 1 m^3 ne vaut pas 100 dm^3 mais $1\,000 \text{ dm}^3$ (trois dimensions : $10 \times 10 \times 10$).

Réponse. a) $2\,500 \text{ cm}^3$; $2,5 \text{ L}$ · b) 750 cm^3 ; $0,75 \text{ dm}^3$ · c) $1\,200 \text{ L}$.

Correction de l'exercice 13 - Remplir une piscine

a) Volume du pavé droit :

$$V = 8 \times 4 \times 1,5 = 48 \text{ m}^3$$

En litres : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, donc $48 \times 1\,000 = 48\,000 \text{ L}$.

b) Le volume versé est proportionnel à la durée : 800 L en 1 heure. Il faut

— $48\,000 \div 800 = 60$ heures, soit 2 jours et demi.

— **Contrôle** : $60 \times 800 = 48\,000 \text{ L}$ ✓

— **Méthode** : on convertit le volume dans l'unité du débit (litres) **avant** de diviser.

Réponse. a) $48 \text{ m}^3 = 48\,000 \text{ L}$ · b) 60 heures.

Correction de l'exercice 14 - La canette de 33 cL

a) Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 3,3 \text{ cm}$.

$$V = \pi \times 3,3^2 \times 11 = \pi \times 10,89 \times 11 \approx 376 \text{ cm}^3$$

b) On convertit la boisson : $33 \text{ cL} = 330 \text{ mL} = 330 \text{ cm}^3$.

Comme $330 < 376$, la canette n'est **pas** pleine : il reste environ $376 - 330 = 46 \text{ cm}^3$ d'air.

- **Piège** : prendre $r = 6,6 \text{ cm}$ (le diamètre) donnerait un volume quatre fois trop grand, environ $1\,505 \text{ cm}^3$.
- **Rappel** : $1 \text{ cL} = 10 \text{ mL}$ et $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$.

Réponse. a) $\approx 376 \text{ cm}^3$ · b) non, il reste environ 46 cm^3 vides.

Correction de l'exercice 15 - Cube ou cylindre ?

On calcule les deux volumes dans la même unité.

- Cube : $V = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \text{ cm}^3$, soit exactement 1 L.
- Cylindre :

$$V = \pi \times 5^2 \times 13 = 325\pi \approx 1\,021 \text{ cm}^3$$

La boîte cylindrique a un volume un peu plus grand, d'environ 21 cm^3 .

- **Remarque** : le cylindre tient dans un pavé de base $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ et de hauteur 13 cm ($1\,300 \text{ cm}^3$) ; son volume est d'environ $\frac{\pi}{4} \approx 79\%$ de ce pavé, puisque le disque occupe cette part du carré qui l'entoure.

Réponse. Le cylindre ($\approx 1\,021 \text{ cm}^3$ contre $1\,000 \text{ cm}^3$).