

Plaque 5 – Unités d'aire, de volume et contenances : problèmes

Aires et volumes — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Conversions.

- Aires : un carré de 1 m de côté contient 10×10 carrés de 1 dm de côté, d'où un facteur 100 à chaque rang :

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

- Unités agraires : 1 a = 100 m² (carré de 10 m) ; 1 ha = 10 000 m² (carré de 100 m) ; 1 km² = 100 ha.

- Volumes : facteur $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ à chaque rang :

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$$

- Contenances : 1 dm³ = 1 L ; 1 cm³ = 1 mL ; 1 m³ = 1 000 L.
- 1 L = 10 dL = 100 cL = 1 000 mL ; 1 hL = 100 L.

Correction de l'exercice 1 - Convertir des aires

Pour les aires, on multiplie ou on divise par 100 à chaque changement de rang :

$$\text{m}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{dm}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{cm}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{mm}^2$$

- a) $4,2 \times 100 = 420 \text{ dm}^2$, puis $420 \times 100 = 42\,000 \text{ cm}^2$.
- b) Deux rangs vers le haut : $35\,000 \div 10\,000 = 3,5 \text{ m}^2$.
- c) Deux rangs vers le bas : $0,75 \times 10\,000 = 7\,500 \text{ mm}^2$.
- d) Un rang vers le haut : $820 \div 100 = 8,2 \text{ cm}^2$.
- Contrôle de bon sens : une unité plus petite donne un nombre plus grand.

Réponse. a) 420 dm² et 42 000 cm² · b) 3,5 m² · c) 7 500 mm² · d) 8,2 cm².

Correction de l'exercice 2 - L'aire d'un champ

- Aire : $350 \times 200 = 70\,000 \text{ m}^2$.
- 1 ha = 10 000 m² (un carré de 100 m de côté) :

$$70\,000 \div 10\,000 = 7 \text{ ha}$$
- 1 a = 100 m² (un carré de 10 m de côté) : $70\,000 \div 100 = 700 \text{ a}$.
- Contrôle : 1 ha = 100 a, et $7 \times 100 = 700$. On parle en hectares pour les champs, en ares pour les jardins.

Réponse. 70 000 m² = 7 ha = 700 a.

Correction de l'exercice 3 - Convertir des volumes

Pour les volumes, le facteur est 1 000 à chaque rang, car un cube de 1 dm d'arête contient $10 \times 10 \times 10$ cubes de 1 cm :

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 \quad 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

- a) $2,5 \times 1\,000 = 2\,500 \text{ dm}^3$, puis $2\,500 \times 1\,000 = 2\,500\,000 \text{ cm}^3$.
- b) $750 \div 1\,000 = 0,75 \text{ dm}^3$.

c) $0,04 \times 1\,000 = 40 \text{ dm}^3$, et $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} : 40 \text{ L}$.

Réponse. a) $2\,500 \text{ dm}^3$ et $2\,500\,000 \text{ cm}^3$ · b) $0,75 \text{ dm}^3$ · c) 40 L .

Correction de l'exercice 4 – Litres et centimètres cubes

Les deux correspondances clés :

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$$

a) $1,5 \text{ L} = 1,5 \text{ dm}^3 = 1\,500 \text{ cm}^3$.

b) $33 \text{ cL} = 330 \text{ mL} = 330 \text{ cm}^3 = 0,33 \text{ dm}^3$.

c) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$, donc $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ L}$.

d) $250 \text{ mL} = 250 \div 1\,000 = 0,25 \text{ L}$.

e) $1 \text{ hL} = 100 \text{ L}$, donc $3 \text{ hL} = 300 \text{ L}$.

Réponse. a) $1\,500$ · b) 330 ; $0,33$ · c) $2\,000$ · d) $0,25$ · e) 300 .

Correction de l'exercice 5 – Peindre un mur

a) Mur moins fenêtre :

$$A = 4,5 \times 2,5 - 1,2 \times 1,2 = 11,25 - 1,44 = 9,81 \text{ m}^2$$

— b) Deux couches : $2 \times 9,81 = 19,62 \text{ m}^2$ à couvrir.

— Peinture nécessaire : $19,62 \div 10 = 1,962 \text{ L}$.

— $1,962 < 2$: un pot de 2 L **suffit**, de justesse (il reste environ $0,04 \text{ L}$, soit 4 cL).

Réponse. a) $9,81 \text{ m}^2$ · b) oui, il faut $1,962 \text{ L}$.

Correction de l'exercice 6 – Carreler une pièce

Méthode 1 : par les longueurs (même unité : cm).

— $360 \div 30 = 12$ carreaux dans la longueur, $240 \div 30 = 8$ dans la largeur.

— $12 \times 8 = 96$ carreaux.

Méthode 2 : par les aires (même unité : m^2).

$$\frac{3,6 \times 2,4}{0,3 \times 0,3} = \frac{8,64}{0,09} = 96$$

— Les deux méthodes concordent. Piège : diviser $8,64 \text{ m}^2$ par 30 ou par 900 sans convertir donne un résultat absurde.

Réponse. 96 carreaux.

Correction de l'exercice 7 – L'eau de pluie

« 12 mm de pluie » signifie qu'une couche d'eau de 12 mm d'épaisseur recouvrirait le sol. L'eau récupérée forme donc un pavé très plat de base 80 m^2 et de hauteur 12 mm .

— Mêmes unités : $12 \text{ mm} = 0,012 \text{ m}$.

$$V = 80 \times 0,012 = 0,96 \text{ m}^3$$

— $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$: on récupère 960 L , de quoi remplir environ 6 baignoires.

Réponse. $0,96 \text{ m}^3$, soit 960 L .

Correction de l'exercice 8 – Remplir une piscine

a) Volume du pavé :

$$V = 8 \times 4 \times 1,5 = 48 \text{ m}^3$$

- En litres : $48 \times 1\,000 = 48\,000 \text{ L}$.
- b) Nombre de minutes : $48\,000 \div 20 = 2\,400 \text{ min}$.
- En heures : $2\,400 \div 60 = 40 \text{ h}$, soit 1 jour et 16 heures.
- Avec deux tuyaux identiques, le temps serait divisé par 2 : 20 h.

Réponse. a) 48 m^3 , soit $48\,000 \text{ L}$ · b) $2\,400 \text{ min}$, soit 40 h .

Correction de l'exercice 9 - Le bidon et les verres

On met tout dans la même unité avant de diviser :

$$1 \text{ L} = 100 \text{ cL} = 1\,000 \text{ mL}$$

- Verres : $5 \text{ L} = 500 \text{ cL}$, et $500 \div 20 = 25$ verres.
- Gobelets : $5 \text{ L} = 5\,000 \text{ mL}$, et $5\,000 \div 150 \approx 33,3$.
- On remplit 33 gobelets entiers ; il reste $5\,000 - 33 \times 150 = 50 \text{ mL}$.

Réponse. 25 verres ; 33 gobelets (il reste 50 mL).

Correction de l'exercice 10 - Le flacon de sirop

a) Nombre de doses (même unité, le mL) :

$$150 \div 7,5 = 20 \text{ doses}$$

- Calcul : $7,5 \times 20 = 150$.
- b) 3 doses par jour : $20 \div 3 \approx 6,67$. On peut suivre le traitement pendant 6 jours complets (18 doses), il restera 2 doses, soit 15 mL.
- Remarque : $7,5 \text{ mL} = 7,5 \text{ cm}^3$, un tout petit volume (un cube de 2 cm d'arête fait déjà 8 cm^3).

Réponse. a) 20 doses · b) 6 jours complets.

Correction de l'exercice 11 - La cuve cylindrique

Volume du cylindre, en m^3 puisque les données sont en mètres :

$$V = \pi \times 0,5^2 \times 1,2 = \pi \times 0,25 \times 1,2 = 0,3\pi$$

- $V = 0,3\pi \approx 0,9425 \text{ m}^3$.
- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$: environ 942 L.
- Autre méthode : tout convertir en dm (rayon 5 dm, hauteur 12 dm) donne directement $300\pi \approx 942 \text{ dm}^3$, donc 942 L.

Réponse. Environ 942 L.

Correction de l'exercice 12 - Hectare, are, kilomètre carré

- a) $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$. Le côté c d'un carré vérifie $c \times c = 10\,000$: $c = 100 \text{ m}$, car $100 \times 100 = 10\,000$.
- b) $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$: $c = 10 \text{ m}$, car $10 \times 10 = 100$.
- c) 1 km^2 est un carré de 1 000 m de côté :

$$1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ ha}$$

- On retrouve le facteur 100 entre deux unités d'aire voisines : $\text{km}^2 \rightarrow \text{ha} \rightarrow \text{a} \rightarrow \text{m}^2$.

Réponse. a) 100 m · b) 10 m · c) 100 ha.

Correction de l'exercice 13 - Des feuilles A4 pour un mètre carré

— a) $A = 21 \times 29,7 = 623,7 \text{ cm}^2$.

— En m^2 : on divise par 10 000,

$$623,7 \text{ cm}^2 = 0,06237 \text{ m}^2$$

— b) $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, et $10\,000 \div 623,7 \approx 16,03$.

— Il faut 16 feuilles. Ce n'est pas un hasard : le format A0 mesure 1 m^2 , et on obtient l'A4 en le pliant 4 fois en deux ($2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$).

Réponse. a) $623,7 \text{ cm}^2 \approx 0,062 \text{ m}^2$ · b) 16 feuilles.

Correction de l'exercice 14 - Le bac à sable

a) Mêmes unités : $30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$.

$$V = 1,2 \times 0,8 \times 0,3 = 0,288 \text{ m}^3$$

— $0,288 \text{ m}^3 = 288 \text{ L}$.

— b) $288 \div 25 = 11,52$: 11 sacs ne suffisent pas (275 L).

— Il faut acheter 12 **sacs** (on arrondit au-dessus, sinon le bac n'est pas rempli).

Réponse. a) $0,288 \text{ m}^3$, soit 288 L · b) 12 sacs.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la bonne unité

On choisit l'unité qui donne un nombre « parlant », ni minuscule ni gigantesque.

a) Timbre : environ $2 \times 3 \text{ cm}$, soit **6 cm^2** .

b) France : environ 550 000 **km^2** .

c) Ferme : quelques dizaines d'**hectares**.

d) Salle de classe : environ $8 \times 7 \times 3 = 168 \text{ m}^3$.

e) Cuillère à café : environ 5 **mL** (5 cm^3).

f) Baignoire : environ 150 **L**, soit $0,15 \text{ m}^3$.

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L} \quad 1 \text{ L} = 1\,000 \text{ mL}$$

Réponse. a) cm^2 · b) km^2 · c) ha · d) m^3 · e) mL · f) L.