Plaquette 3 – Prévoir, analyser et modifier un programme

Algorithmique et Scratch — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Prévoir et modifier.

— Prévoir : remplacer *réponse* par le nombre saisi et calculer en respectant les blocs emboîtés.

— Remonter un programme de calcul : partir de la sortie et appliquer les opérations **inverses**, dans l'ordre inverse :

$$\times 3 \leftrightarrow \div 3 \qquad -5 \leftrightarrow +5$$

— Deux programmes sont équivalents s'ils donnent la même sortie pour **toutes** les entrées : on le démontre par le calcul littéral (distributivité $k(a+b) = ka + kb$) ; un seul contre-exemple suffit pour montrer qu'ils ne le sont pas.

— *répéter n fois* exécute n fois les blocs qu'il contient ; un polygone régulier à n côtés demande une rotation de $\frac{360}{n}$ degrés.

Correction de l'exercice 1 – Prévoir avant d'exécuter

a) Pour 3 : $(3+5)\times 2 - 10 = 16 - 10 = 6$. Pour -4 : $(-4+5)\times 2 - 10 = 2 - 10 = -8$.

b) La sortie est toujours le **double** de l'entrée. Avec un nombre x, par distributivité :

$$(x+5)\times 2 - 10 = 2x + 10 - 10 = 2x$$

Le programme calcule donc simplement $2x$: on pourrait le remplacer par *dire (réponse × 2)*.

Réponse. a) 6 et -8 · b) la sortie vaut $2x$.

Correction de l'exercice 2 – Remonter le programme

On remonte les étapes à l'envers, avec les opérations inverses :

$$20 \div 2 = 10 \qquad 10 + 5 = 15 \qquad 15 \div 3 = 5$$

On avait saisi 5. Vérification : $5 \times 3 = 15$, $15 - 5 = 10$, $10 \times 2 = 20$ ✓

On remonte dans l'ordre inverse : la dernière opération du programme (la multiplication par 2) est la première que l'on défait.

Réponse. 5.

Correction de l'exercice 3 – Deux programmes équivalents

a) Pour 0 : A donne 6, B donne 6. Pour 1 : 8 et 8. Pour 5 : 16 et 16.

b) Quelques exemples ne suffisent pas : on calcule avec une lettre. Par distributivité,

$$(x+3)\times 2 = 2x + 6$$

Les deux programmes calculent la même expression : ils sont **équivalents** pour toutes les entrées.

Réponse. Toujours égaux : $(x+3)\times 2 = 2x + 6$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Pas équivalents

Il suffit d’un **contre-exemple** : pour l’entrée 0, le premier programme affiche $0 \times 2 + 3 = 3$, le second $(0 + 3) \times 2 = 6$.

Malo a tort. Le calcul littéral le confirme :

$$2x + 3 \qquad \text{et} \qquad 2(x + 3) = 2x + 6$$

Les sorties diffèrent toujours de 3. Pour montrer qu’une affirmation générale est fausse, un seul exemple bien choisi suffit.

Réponse. Non : pour 0, on obtient 3 et 6.

Correction de l’exercice 5 – Changer un paramètre

a) Quatre côtés de 50, quatre angles droits : un **carré** de côté 50, de périmètre $4 \times 50 = 200$ pas.

b) On cherche le côté c tel que $4c = 320$:

$$c = \frac{320}{4} = 80$$

On remplace *avancer de 50 pas* par *avancer de 80 pas* ; le nombre de répétitions et l’angle restent les mêmes.

Réponse. a) Carré de côté 50, 200 pas · b) avancer de 80.

Correction de l’exercice 6 – Le bon nombre de répétitions

Un hexagone a 6 côtés : il faut répéter 6 fois. On vérifie que l’angle convient :

$$\frac{360°}{6} = 60°$$

Après 6 rotations de 60°, le lutin a fait un tour complet ($6 \times 60 = 360$) et revient à son point de départ. Périmètre : $6 \times 40 = 240$ pas.

Réponse. 6 fois.

Correction de l’exercice 7 – Une erreur de parenthèses

a) Son programme multiplie d’abord 1 par 2 : $5 + 1 \times 2 = 5 + 2 = 7$. Le calcul voulu donne $(5 + 1) \times 2 = 12$.

b) L’addition doit être **dans** la multiplication :

```
dire ((réponse + 1) × 2)
```

$$(x + 1) \times 2 \neq x + 1 \times 2$$

En Scratch, l’emboîtement des blocs remplace les parenthèses : on choisit quel calcul est fait en premier.

Réponse. a) 7 au lieu de 12 · b) dire ((réponse + 1) × 2).

Correction de l’exercice 8 – Que fait ce programme ?

Le nombre saisi devient l’**abscisse** du lutin ; son ordonnée vaut toujours 0.

— -40 : le lutin va en $(-40\,;0)$, à gauche du centre.

— 25 : il va en $(25\,;0)$, à droite du centre.

$$\text{entrée } a \to \text{point } (a\,;0)$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le programme place le lutin sur l'axe horizontal, au point d'abscisse donnée : c'est une droite graduée.

Réponse. $(-40\,;0)$ et $(25\,;0)$: il place le lutin sur l'axe horizontal.

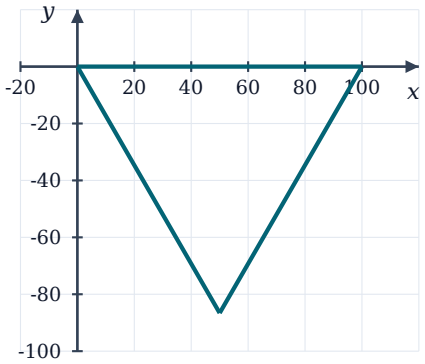
Correction de l'exercice 9 – Analyser un tracé

Trois côtés égaux de 100 pas : un **triangle équilatéral**. Le lutin tourne de l'angle extérieur ; l'angle intérieur vaut

$$180° - 120° = 60°$$

Périmètre : $3 \times 100 = 300$ pas. Les trois angles mesurent 60° et leur somme fait bien 180°. Le lutin a tourné en tout de $3 \times 120° = 360°$: il revient à son point de départ.

Réponse. Triangle équilatéral, 300 pas, angles de 60°.



Correction de l'exercice 10 – Agrandir une figure

Le périmètre d'un triangle équilatéral vaut 3 fois son côté. On cherche le côté c :

$$3c = 450 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{450}{3} = 150$$

On remplace *avancer de 100 pas* par *avancer de 150 pas*. Le nombre de répétitions (3) et l'angle (120°) ne changent pas : ce sont eux qui font de la figure un triangle équilatéral, quelle que soit sa taille.

Réponse. Avancer de 150 pas.

Correction de l'exercice 11 – Prévoir une position

La boucle ajoute 20 à l'abscisse, cinq fois ; l'ordonnée ne change pas.

$$x = -50 + 5 \times 20 = -50 + 100 = 50$$

Le lutin finit en $(50\,;30)$: il s'est déplacé de 100 pas vers la droite. Suivi de l'abscisse après chaque passage : -30, -10, 10, 30, 50. Il traverse l'axe vertical entre le 2^{e} et le 3^{e} passage.

Réponse. $(50\,;30)$.

Correction de l'exercice 12 – Un carré au lieu d'un rectangle

Dans son script, les quatre côtés mesurent 80 : c'est un carré. Un rectangle alterne deux longueurs : le motif qui se répète est « longueur, angle droit, largeur, angle droit », et il se répète **deux** fois.

```
répéter 2 fois
    avancer de 80 pas
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
    tourner de 90 degrés
    avancer de 40 pas
    tourner de 90 degrés
```

$$P = 2 \times (80 + 40) = 240 \text{ pas}$$

Réponse. Répéter 2 fois : avancer 80, tourner 90, avancer 40, tourner 90.

Correction de l’exercice 13 – Deux scripts, un même trajet

Le script A avance 4 fois de 30 pas, dans la même direction (il ne tourne pas) :

$$4 \times 30 = 120 \text{ pas}$$

Les deux scripts amènent le lutin au même endroit. B est plus simple ; A peut servir si l’on veut faire autre chose entre deux pas (par exemple *attendre 0.5 secondes* pour une animation).

Réponse. Oui, 120 pas dans les deux cas.

Correction de l’exercice 14 – La distance parcourue

Il avance 6 fois de 25 pas :

$$6 \times 25 = 150 \text{ pas}$$

Les rotations totalisent $6 \times 60° = 360°$: il a tracé un hexagone régulier et se retrouve **à son point de départ**, dans son orientation de départ. La distance parcourue (150 pas) n’est pas la distance entre le départ et l’arrivée (0).

Réponse. 150 pas ; il revient au départ.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : prévoir, vérifier, modifier

a) Le programme calcule $x^2 - 1$: pour 3, $9 - 1 = 8$; pour -3, $(-3) \times (-3) - 1 = 9 - 1 = 8$. Deux nombres opposés ont le même carré.

b) On veut $x^2 - 1 = 99$, soit $x^2 = 100$:

$$x = 10 \quad \text{ou} \quad x = -10$$

c) Il faut ajouter 1 au lieu de retirer 1 : *dire ((réponse × réponse) + 1)*.

Réponse. a) 8 et 8 · b) 10 ou -10 · c) remplacer « − 1 » par « + 1 ».

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).