

Plaquette 1 - Écrire, tester, réduire et développer

Expressions littérales — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce qu'il faut savoir.

- Une **expression littérale** contient des lettres qui représentent des nombres. Les conventions d'écriture : $3 \times x$ s'écrit $3x$, $x \times x$ s'écrit x^2 , $1 \times x$ s'écrit x .
- **Calculer la valeur** d'une expression : on remplace la lettre par le nombre, puis on effectue en respectant les priorités.
- **Réduire** : on regroupe les **termes semblables**, c'est-à-dire ceux qui ont la même partie littérale.

$$3x + 5x = 8x \quad 7x - 2x = 5x \quad 4x + 3 + 2x + 5 = 6x + 8$$

- On ne peut **pas** additionner x et x^2 , ni x et un nombre seul : $3x + 5$ ne se réduit pas.

- **Distributivité** :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \quad k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

- **Priorités** : parenthèses, puis multiplications et divisions, puis additions et soustractions.
- **Tester une égalité** : on calcule séparément chaque membre pour une valeur donnée, puis on compare. Un seul contre-exemple suffit à montrer qu'une égalité est fausse.
- Formules utiles : périmètre du rectangle $P = 2(L + l)$, aire $A = L \times l$, périmètre du carré $P = 4c$.

Correction de l'exercice 1 - Conventions d'écriture

On applique les conventions du cours : on supprime le signe $\times$ devant une lettre.

- a) $4x$.
- b) x^2 (on écrit « x au carré »).
- c) y (le coefficient 1 ne s'écrit pas).
- d) $5ab$.
- Remarque : on écrit le **nombre devant** les lettres, et les lettres dans l'ordre alphabétique.

Réponse. a) $4x$ · b) x^2 · c) y · d) $5ab$.

Correction de l'exercice 2 - Traduire une phrase

- a) « Triple » signifie multiplier par 3 : $3x$.
- b) « Augmenté de 7 » : $x + 7$.
- c) « Le double, diminué de 4 » : on double d'abord, puis on retire : $2x - 4$.
- d) « Le carré » : x^2 .
- **Attention à l'ordre** : « le double du nombre diminué de 4 » pourrait aussi se lire $2(x - 4)$ — la ponctuation compte. Ici, la virgule indique qu'on double d'abord.

Réponse. a) $3x$ · b) $x + 7$ · c) $2x - 4$ · d) x^2 .

Correction de l'exercice 3 - Calculer la valeur d'une expression

On remplace x par la valeur indiquée, puis on effectue en respectant les priorités (la multiplication avant l'addition) :

$$A = 3 \times x + 5$$

- Pour $x = 2$: $A = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$.
- Pour $x = 0$: $A = 0 + 5 = 5$.
- Pour $x = 10$: $A = 30 + 5 = 35$.
- Remarque : l'expression prend une valeur différente pour chaque x : c'est justement l'intérêt du calcul littéral.

Réponse. 11 ; 5 ; 35.

Correction de l'exercice 4 - Expression avec un carré

On respecte les priorités : le carré d'abord, puis la multiplication, puis l'addition.

- Pour $x = 3$: $B = 3^2 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$.
- Pour $x = 5$: $B = 25 + 10 = 35$.
- **Piège** : x^2 signifie $x \times x$, et non $2 \times x$. Pour $x = 3$, $x^2 = 9$ et non 6.

Réponse. 15 puis 35.

Correction de l'exercice 5 - Réduire une expression

Règle du cours : on regroupe les termes qui ont la **même partie littérale**, en additionnant leurs coefficients :

$$ax + bx = (a + b)x$$

- a) $5x + 3x = 8x$.
- b) $9x - 4x = 5x$.
- c) On regroupe les « x » d'un côté, les nombres de l'autre : $2x + 5x = 7x$ et $7 + 1 = 8$, donc $7x + 8$.
- d) **Non** : $3x$ et 4 ne sont pas des termes semblables (l'un contient x , l'autre pas). L'expression est déjà réduite.

Réponse. a) $8x$ · b) $5x$ · c) $7x + 8$ · d) non réductible.

Correction de l'exercice 6 - Réduire avec des carrés

- a) Les deux termes sont en x^2 : $4x^2 + 3x^2 = 7x^2$.
- b) **Non réductible** : x^2 et x ne sont pas des termes semblables.
- c) On regroupe séparément : $6x^2 - 2x^2 = 4x^2$ et $3x + x = 4x$.
- Donc $6x^2 - 2x^2 + 3x + x = 4x^2 + 4x$.
- Contrôle pour $x = 2$: l'expression initiale donne $24 - 8 + 6 + 2 = 24$, et la réduite $4 \times 4 + 8 = 24$. Cohérent.

Réponse. a) $7x^2$ · b) non réductible · c) $4x^2 + 4x$.

Correction de l'exercice 7 - Développer

On applique la distributivité : on multiplie le facteur par **chaque** terme de la parenthèse.

$$k(a + b) = ka + kb \quad k(a - b) = ka - kb$$

- a) $3 \times x + 3 \times 4 = 3x + 12$.

- b) $5 \times 2x - 5 \times 3 = 10x - 15$.
- c) $x \times x + x \times 6 = x^2 + 6x$.
- Contrôle de a) pour $x = 1$: $3(1 + 4) = 15$ et $3 \times 1 + 12 = 15$. Cohérent.

Réponse. a) $3x + 12$ · b) $10x - 15$ · c) $x^2 + 6x$.

Correction de l'exercice 8 - Développer puis réduire

- a) On développe : $2x + 6 + 4x$.
- On réduit : $6x + 6$.
- b) On développe chaque parenthèse : $5x - 5$ puis $3x + 6$.
- On additionne : $5x - 5 + 3x + 6 = 8x + 1$.
- Contrôle de b) pour $x = 2$: $5 \times 1 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$, et $8 \times 2 + 1 = 17$. Cohérent.

Réponse. a) $6x + 6$ · b) $8x + 1$.

Correction de l'exercice 9 - Tester une égalité

On calcule séparément les deux membres de l'égalité à tester :

$$3(x + 2) \stackrel{?}{=} 3x + 2$$

- Pour $x = 1$: membre de gauche $3(1 + 2) = 3 \times 3 = 9$; membre de droite $3 \times 1 + 2 = 5$.
- $9 \neq 5$: l'égalité est **fausse**.
- Un seul **contre-exemple** suffit pour conclure qu'une égalité littérale est fausse.
- Le développement correct est $3(x + 2) = 3x + 6$: le facteur 3 multiplie **les deux** termes de la parenthèse.

Réponse. Fausse : pour $x = 1$, on obtient 9 d'un côté et 5 de l'autre.

Correction de l'exercice 10 - Périmètre littéral

a) La longueur vaut $2x$, donc

$$P = 2(x + 2x) = 2 \times 3x = 6x$$

b) Aire : $A = x \times 2x = 2x^2$.

c) Pour $x = 4$ cm :

- Périmètre : $6 \times 4 = 24$ cm.
- Aire : $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$ cm².
- Contrôle : le rectangle mesure 4 cm sur 8 cm, donc $P = 2(4 + 8) = 24$ cm et $A = 32$ cm². Cohérent.

Réponse. a) $P = 6x$ · b) $A = 2x^2$ · c) 24 cm et 32 cm².

Correction de l'exercice 11 - Programme de calcul

a) $5 \times 4 = 20$, puis $20 + 6 = 26$, puis $26 \div 2 = 13$.

b) Avec x : le résultat est $\frac{4x + 6}{2}$.

- On simplifie en divisant **chaque** terme par 2 : $\frac{4x}{2} + \frac{6}{2} = 2x + 3$.
- Contrôle avec $x = 5$: $2 \times 5 + 3 = 13$. Cohérent avec a).

c) On « remonte » le programme en faisant les opérations inverses, dans l'ordre inverse :

$$19 \xrightarrow{\times 2} 38 \xrightarrow{-6} 32 \xrightarrow{\div 4} 8$$

- Vérification : $8 \times 4 = 32$, $32 + 6 = 38$, $38 \div 2 = 19$. Correct.
- Avec l'expression réduite : $2 \times 8 + 3 = 19$.

Réponse. a) 13 · b) $2x + 3$ · c) $x = 8$.

Correction de l'exercice 12 - Factoriser dans des cas simples

Factoriser, c'est utiliser la distributivité « à l'envers » : on repère le **facteur commun** k à tous les termes.

$$ka + kb = k(a + b) \quad ka - kb = k(a - b)$$

- a) $5x + 15 = 5 \times x + 5 \times 3 = 5(x + 3)$.
- b) $7a + 7b = 7(a + b)$.
- c) $4x - 12 = 4 \times x - 4 \times 3 = 4(x - 3)$.
- d) $6x + 9 = 3 \times 2x + 3 \times 3 = 3(2x + 3)$.

Contrôle : on redéveloppe, par exemple $3(2x + 3) = 6x + 9$.

Réponse. a) $5(x + 3)$ · b) $7(a + b)$ · c) $4(x - 3)$ · d) $3(2x + 3)$.

Correction de l'exercice 13 - Carrés d'allumettes

a) Chaque nouveau carré réutilise un côté du précédent et ajoute 3 allumettes : $10 + 3 = 13$ allumettes.

b) On pose une première allumette verticale, puis chaque carré ajoute 3 allumettes (le haut, le bas et le côté droit). Pour n carrés :

$$\text{allumettes} = 1 + 3 \times n = 3n + 1$$

Contrôle : $n = 1$ donne 4, $n = 2$ donne 7, $n = 3$ donne 10.

c) $3 \times 20 + 1 = 61$ allumettes. Piège : $20 \times 4 = 80$ compte deux fois les côtés communs.

Réponse. a) 13 · b) $1 + 3n$ · c) 61 .

Correction de l'exercice 14 - Le périmètre d'un triangle

a) Le périmètre est la somme des trois côtés :

$$P = x + (x + 2) + 2x = x + x + 2x + 2 = 4x + 2$$

b) Pour $x = 3$: $P = 4 \times 3 + 2 = 14$ cm.

Vérification : les côtés mesurent 3 cm, 5 cm et 6 cm, et $3 + 5 + 6 = 14$ cm. Le triangle existe bien, car $6 < 3 + 5$. Réduire l'expression permet ensuite de calculer le périmètre en un seul calcul pour n'importe quelle valeur de x .

Réponse. a) $4x + 2$ · b) 14 cm.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : deux programmes

a) Programme A : $(x + 3) \times 2 = 2(x + 3) = 2x + 6$.

— Programme B : $2x + 6$.

b) Les deux expressions réduites sont **identiques** : $2x + 6$.

— Les deux programmes donnent donc **toujours** le même résultat, quel que soit x . C'est exactement ce qu'affirme la distributivité.

c) Pour $x = 7$:

— A : $(7 + 3) \times 2 = 20$.

— B : $7 \times 2 + 6 = 14 + 6 = 20$.

— Même résultat, comme prévu.

Réponse. a) $2x + 6$ pour les deux · b) oui, toujours · c) 20 dans les deux cas.