

Plaquette 2 - Produire une expression littérale

Expressions littérales — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Écrire une expression littérale.

- Conventions : $3 \times x = 3x$; $x \times x = x^2$; $1 \times x = x$; on écrit le nombre devant la lettre.
- Vocabulaire : **double** $2x$, **triple** $3x$, **moitié** $\frac{x}{2}$, **carré** x^2 ; « augmenté de » + ; « diminué de » -.
- « Le triple de la **somme** de x et 4 » : la somme d'abord, entre parenthèses.

$$3 \times (x + 4) = 3(x + 4) \quad \text{et non } 3x + 4$$
- Formules de géométrie :

$$P_{\text{rectangle}} = 2(L + \ell) \quad A_{\text{rectangle}} = L \times \ell \quad P_{\text{carré}} = 4c$$
- **Motif** : on cherche ce qui est ajouté à chaque étape ; si l'on ajoute toujours a à partir d'un départ b , l'étape n compte $a \times n + b$ éléments. On contrôle sur les premières étapes.
- Une expression se **teste** : on remplace la lettre par une valeur simple et on compare avec le calcul direct.

Correction de l'exercice 1 - Traduire des phrases

On repère l'opération faite **en dernier** : c'est elle qui donne la forme de l'expression (produit, somme...). Par exemple, en d), on calcule d'abord la somme :

$$3 \times (x + 4) = 3(x + 4)$$

- a) $\frac{x}{2}$ (ou $0,5x$).
- b) On soustrait d'abord, puis on multiplie : $5(x - 3)$.
- c) $x + 2x$, qui se réduit en $3x$.
- d) $3(x + 4)$: sans parenthèses, $3x + 4$ ne triplerait que x .
- e) $x^2 + 1$.

Réponse. a) $\frac{x}{2}$ · b) $5(x - 3)$ · c) $3x$ · d) $3(x + 4)$ · e) $x^2 + 1$.

Correction de l'exercice 2 - De l'expression à la phrase

On lit l'expression dans l'ordre où l'on ferait le calcul, en respectant les priorités :

$2x + 1$: on double, puis on ajoute 1 $2(x + 1)$: on ajoute 1, puis on double

- a) « le double de x , augmenté de 1 ».
- b) « le double de la somme de x et de 1 ».
- c) « le carré de x ».
- d) « le triple de x , diminué de 5 ».

Les expressions a) et b) ne sont pas égales : pour $x = 3$, $2x + 1 = 7$ alors que $2(x + 1) = 8$.

Réponse. a) double puis +1 · b) +1 puis double · c) carré · d) triple puis -5.

Correction de l'exercice 3 - Le prix des fournitures

a) Les n cahiers coûtent $2,50 \times n = 2,5n$ euros, et on ajoute le classeur :

$$\text{prix} = 2,5n + 4$$

b) Pour $n = 6$: $2,5 \times 6 + 4 = 15 + 4 = 19$ €.

Contrôle par un calcul direct : 6 cahiers à 2,50 € font 15 €, plus 4 € de classeur, soit 19 €. L'expression permet de calculer le prix pour n'importe quel nombre de cahiers sans refaire le raisonnement.

Réponse. a) $2,5n + 4$ · b) 19 €.

Correction de l'exercice 4 - Des âges en fonction de x

a) Frère : $x + 3$; mère : $3x$.

b) On additionne les trois âges, puis on regroupe les termes en x :

$$x + (x + 3) + 3x = x + x + 3x + 3 = 5x + 3$$

c) Pour $x = 12$: $5 \times 12 + 3 = 63$ ans.

Contrôle : Léa 12 ans, son frère 15 ans, sa mère 36 ans ; $12 + 15 + 36 = 63$.

Réponse. a) $x + 3$ et $3x$ · b) $5x + 3$ · c) 63 ans.

Correction de l'exercice 5 - Périmètre et aire d'un rectangle

a) On applique la formule du périmètre du rectangle :

$$P = 2(L + \ell) = 2((x + 3) + x) = 2(2x + 3) = 4x + 6$$

b) $A = L \times \ell = (x + 3) \times x = x(x + 3) = x^2 + 3x$.

c) Pour $x = 5$: $P = 4 \times 5 + 6 = 26$ cm et $A = 25 + 15 = 40$ cm².

Contrôle : le rectangle mesure 5 cm sur 8 cm ; $2(8 + 5) = 26$ cm et $8 \times 5 = 40$ cm².

Réponse. a) $4x + 6$ · b) $x^2 + 3x$ · c) 26 cm et 40 cm².

Correction de l'exercice 6 - Une aire avec une entaille

a) Aire de la figure = aire du rectangle – aire du carré retiré :

$$A = 8 \times x - 2 \times 2 = 8x - 4$$

b) Pour $x = 3,5$: $A = 8 \times 3,5 - 4 = 28 - 4 = 24$ cm².

Remarque : le **périmètre**, lui, ne change pas quand on retire le carré dans le coin (les deux côtés de 2 cm remplacent exactement les deux morceaux de 2 cm enlevés), alors que l'aire diminue de 4 cm².

Réponse. a) $8x - 4$ · b) 24 cm².

Correction de l'exercice 7 - D'un programme à une expression

a) $4 + 5 = 9$; $9 \times 3 = 27$; $27 - 4 = 23$.

b) On écrit chaque étape avec x :

$$x \rightarrow x + 5 \rightarrow 3(x + 5) \rightarrow 3(x + 5) - x$$

On développe puis on réduit : $3x + 15 - x = 2x + 15$.

Contrôle avec $x = 4$: $2 \times 4 + 15 = 23$, le même résultat qu'en a). L'expression réduite fait le programme en deux opérations au lieu de trois.

Réponse. a) $23 \cdot b) 3(x + 5) - x = 2x + 15$.

Correction de l'exercice 8 - Deux tarifs de location

Dans chaque cas, prix = partie fixe + prix unitaire $\times$ quantité :

$$\text{vélo} = 5 + 2h \quad \text{trottinette} = 3 + 1,5d$$

c) Vélo, 3 h : $5 + 2 \times 3 = 11$ €. Trottinette, 8 km : $3 + 1,5 \times 8 = 3 + 12 = 15$ €.

Attention à la priorité : $5 + 2h$ signifie $5 + (2 \times h)$; pour $h = 3$, ce n'est pas $7 \times 3 = 21$.

Réponse. a) $5 + 2h \cdot b) 3 + 1,5d \cdot c) 11$ € et 15 €.

Correction de l'exercice 9 - Les tables de la cantine

a) Chaque table ajoutée fait gagner 2 places : $8 + 2 + 2 = 12$ personnes pour 5 tables.

b) Chaque table a 2 places sur les grands côtés de la rangée, et il y a 2 places aux deux bouts :

$$\text{personnes} = 2n + 2$$

Contrôle : $n = 1$ donne 4, $n = 2$ donne 6, $n = 3$ donne 8.

c) On cherche n tel que $2n + 2 = 30$: on remonte le calcul, $30 - 2 = 28$, puis $28 \div 2 = 14$ tables. Vérification : $2 \times 14 + 2 = 30$.

Réponse. a) 12 $\cdot b) 2n + 2 \cdot c) 14$ tables.

Correction de l'exercice 10 - Trois nombres qui se suivent

a) Les deux suivants sont $n + 1$ et $n + 2$.

b) On additionne puis on réduit :

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

c) Avec $n = 7$: $7 + 8 + 9 = 24$, et $3 \times 7 + 3 = 24$.

La forme factorisée $3(n + 1)$ montre que la somme est toujours un **multiple de 3** : c'est le triple du nombre du milieu ($3 \times 8 = 24$). Ce que les exemples laissent deviner, l'expression littérale le prouve pour tous les entiers.

Réponse. a) $n + 1$ et $n + 2 \cdot b) 3n + 3 \cdot c) 24$; toujours un multiple de 3.

Correction de l'exercice 11 - Quelles expressions conviennent ?

On calcule d'abord la somme $x + 5$, puis on la double :

$$2 \times (x + 5) = 2(x + 5)$$

— $2(x + 5)$ et $(x + 5) \times 2$ conviennent (l'ordre des facteurs ne compte pas).

— $2x + 10$ convient aussi : c'est la forme développée, $2(x + 5) = 2x + 10$.

— $2x + 5$ ne convient pas : seul x est doublé.

— $x + 10$ ne convient pas : c'est 5 qui est doublé, pas x .

Test avec $x = 1$: le double de 6 vaut 12 ; $2x + 10 = 12$ mais $2x + 5 = 7$ et $x + 10 = 11$.

Réponse. $2(x + 5)$, $(x + 5) \times 2$ et $2x + 10$.

Correction de l'exercice 12 - L'enclos du poney

a) La longueur vaut 3ℓ ; on applique la formule du périmètre :

$$P = 2(3\ell + \ell) = 2 \times 4\ell = 8\ell$$

b) $8 \times 12,5 = 100$ m de clôture.

c) $A = 3l \times l = 3l^2$.

Contrôle : l'enclos mesure 37,5 m sur 12,5 m ; $2(37,5 + 12,5) = 2 \times 50 = 100$ m. Son aire vaut $3 \times 12,5^2 = 3 \times 156,25 = 468,75$ m².

Réponse. a) $8l$ · b) 100 m · c) $3l^2$.

Correction de l'exercice 13 - Trouver la formule d'un tableau

a) $8 - 5 = 3$, $11 - 8 = 3$... : y augmente de 3 à chaque fois.

b) Une augmentation régulière de 3 fait penser à $3x$. On compare : pour $x = 1$, $3x = 3$ mais $y = 5$, soit 2 de plus. On essaie donc

$$y = 3x + 2$$

Contrôle sur tout le tableau : $3 \times 2 + 2 = 8$, $3 \times 3 + 2 = 11$, $3 \times 4 + 2 = 14$, $3 \times 5 + 2 = 17$.

c) $3 \times 10 + 2 = 32$.

Réponse. a) de 3 · b) $y = 3x + 2$ · c) 32.

Correction de l'exercice 14 - Le forfait téléphonique

a) Prix = partie fixe + prix d'un SMS $\times$ nombre de SMS :

$$\text{prix} = 12 + 0,05n$$

b) Pour 100 SMS : $12 + 0,05 \times 100 = 12 + 5 = 17$ €. Pour 200 SMS : $12 + 0,05 \times 200 = 12 + 10 = 22$ €.

c) Avec 100 SMS, le premier forfait (17 €) est moins cher que le second (20 €) ; avec 200 SMS, c'est l'inverse (22 € contre 20 €). Les deux coûtent la même chose quand $0,05n = 8$, soit $n = 160$ SMS.

Réponse. a) $12 + 0,05n$ · b) 17 € et 22 € · c) le premier pour 100 SMS, le second pour 200.

Correction de l'exercice 15 - Une formule de vitesse

a) En 1 h, la voiture parcourt 90 km ; en t heures, 90 fois t :

$$d = 90t$$

b) $t = 2,5$: $d = 90 \times 2,5 = 225$ km. 20 min = $\frac{1}{3}$ h : $d = 90 \times \frac{1}{3} = 30$ km.

c) Le camion parcourt $80t$ km. L'écart vaut

$$90t - 80t = 10t$$

La voiture prend 10 km d'avance par heure : après 3 h, l'écart est de 30 km. Piège de b) : 20 min ne s'écrivent pas $t = 0,20$.

Réponse. a) $d = 90t$ · b) 225 km et 30 km · c) $10t$.