

Plaque 3 – Additionner et soustraire des fractions

Opérations sur les fractions – Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Additionner et soustraire des fractions.

- **Même dénominateur** : on garde le dénominateur, on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

- **Dénominateurs multiples** : si $d = c \times k$, on écrit $\frac{a}{c} = \frac{a \times k}{d}$, puis on applique la règle précédente.
- **Un entier et une fraction** : on écrit l'entier comme une fraction de même dénominateur, par exemple $2 = \frac{10}{5}$.
- On **simplifie** le résultat quand c'est possible.
- **Piège** : on n'additionne **jamais** les dénominateurs : $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, et non $\frac{2}{6}$.

Correction de l'exercice 1 - Même dénominateur

Les dénominateurs sont égaux : on garde le dénominateur et on travaille sur les numérateurs.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

- a) $\frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$.
- b) $\frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (on simplifie par 2).
- c) $\frac{4+5}{9} = \frac{9}{9} = 1$: neuf neuvièmes font une unité entière.

Réponse. a) $\frac{5}{7}$ · b) $\frac{2}{3}$ · c) 1.

Correction de l'exercice 2 - Dénominateurs multiples

On transforme la fraction qui a le plus petit dénominateur :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

- a) $\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
- b) $12 = 3 \times 4$: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, donc $\frac{8}{12} + \frac{5}{12} = \frac{13}{12}$ (un peu plus qu'une unité).
- c) $10 = 5 \times 2$: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, donc $\frac{7}{10} - \frac{4}{10} = \frac{3}{10}$.

Réponse. a) $\frac{7}{8}$ · b) $\frac{13}{12}$ · c) $\frac{3}{10}$.

Correction de l'exercice 3 - Un entier et une fraction

On écrit l'entier comme une fraction qui a le même dénominateur que l'autre :

$$2 = \frac{10}{5} \quad 3 = \frac{21}{7} \quad 1 = \frac{12}{12}$$

$$\text{a) } \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{21}{7} - \frac{4}{7} = \frac{17}{7}.$$

$$\text{c) } \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}.$$

Contrôle de a) : $\frac{13}{5} = 2,6$, et $2 + 0,6 = 2,6$.

Réponse. a) $\frac{13}{5}$ · b) $\frac{17}{7}$ · c) $\frac{7}{12}$.

Correction de l'exercice 4 - Trois fractions

On choisit un dénominateur commun qui est un multiple de tous les autres.

a) Tout en huitièmes :

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

b) Tout en douzièmes ($12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$) : $\frac{11}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

En a), chaque terme est la moitié du précédent : la somme se rapproche de 1 sans l'atteindre.

Réponse. a) $\frac{7}{8}$ · b) $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 5 - Illustrer une somme

On découpe la première bande en sixièmes : un tiers, c'est deux sixièmes.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Les deux parties réunies font la moitié d'une bande : on le voit en mettant bout à bout les parties coloriées ($2 + 1 = 3$ petites cases sur 6).

Réponse. $\frac{1}{2}$ d'une bande.

Correction de l'exercice 6 - Les soustractions

Même méthode que pour l'addition : on réduit au même dénominateur, puis on soustrait les numérateurs.

$$\frac{9}{10} - \frac{5}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{b) } \frac{7}{4} = \frac{14}{8}, \text{ donc } \frac{14}{8} - \frac{5}{8} = \frac{9}{8}.$$

$$\text{c) En dixièmes : } \frac{10}{10} - \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{10}.$$

Réponse. a) $\frac{2}{5}$ · b) $\frac{9}{8}$ · c) $\frac{3}{10}$.

Correction de l'exercice 7 - L'erreur de Tom

Tom a additionné les numérateurs **et** les dénominateurs. Un exemple montre que c'est faux : avec sa méthode, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ donnerait $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, alors que deux moitiés font 1.

Correction : on réduit au même dénominateur,

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Et $\frac{2}{9}$ est plus petit que $\frac{1}{3}$: une somme ne peut pas être plus petite qu'un de ses termes positifs.

Réponse. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 8 - Le terme manquant

On cherche le nombre manquant par une soustraction (ou une addition pour c) :

$$\frac{2}{5} + \dots = 1 \quad \text{donc} \quad \dots = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} - \frac{3}{8} = \frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Contrôle de c) : } \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Réponse. a) $\frac{3}{5}$ · b) $\frac{3}{8}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 9 - La pizza partagée

On écrit $\frac{1}{4}$ en huitièmes, puis on additionne :

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

La pizza entière vaut $\frac{8}{8}$: il reste $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$, soit 3 parts sur la figure.

Piège. Additionner $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$ en écrivant $\frac{4}{12}$: on n'additionne jamais les dénominateurs.

Réponse. Mangé $\frac{5}{8}$; reste $\frac{3}{8}$.

Correction de l'exercice 10 - La randonnée en trois étapes

On ajoute les fractions déjà parcourues, en dixièmes :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Il reste $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ du trajet.

— En km : $\frac{3}{10}$ de 30 km = $30 \div 10 \times 3 = 9$ km.

Réponse. $\frac{3}{10}$ du trajet, soit 9 km.

Correction de l'exercice 11 - Le temps d'écran

On écrit $\frac{3}{4}$ en douzièmes ($12 = 4 \times 3$) :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

C'est plus d'une heure. En minutes : $\frac{7}{6}$ de 60 min = $60 \div 6 \times 7 = 70$ min, soit 1 h 10 min.

Contrôle : $\frac{3}{4}$ h = 45 min et $\frac{5}{12}$ h = 25 min ; $45 + 25 = 70$ min.

Réponse. $\frac{7}{6}$ h, soit 70 min.

Correction de l'exercice 12 - Le budget du mois

En douzièmes : $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ et $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$.

$$\frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

Reste : $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ des revenus.

— En euros : $2\,400 \div 12 \times 5 = 200 \times 5 = 1\,000$ €.

Contrôle : $800 + 400 + 200 + 1\,000 = 2\,400$ €.

Réponse. $\frac{5}{12}$, soit 1 000 €.

Correction de l'exercice 13 - Des fractions plus grandes que 1

On calcule d'abord la somme ou la différence au même dénominateur.

a) $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$, donc $\frac{10}{6} + \frac{5}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$. Et $\frac{5}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$.

b) $\frac{9}{4} = \frac{18}{8}$, donc :

$$\frac{18}{8} - \frac{3}{8} = \frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$$

Réponse. a) $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ · b) $\frac{15}{8} = 1 + \frac{7}{8}$.

Correction de l'exercice 14 - Le carré magique des fractions

On écrit tout en quinzièmes ($\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ et $1 = \frac{15}{15}$), et on complète là où il ne manque qu'un nombre :

$$\text{nombre manquant} = \frac{15}{15} - \text{somme des deux autres}$$

— Ligne 1 : $\frac{15 - 2 - 7}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

— Colonne 1 : $\frac{15 - 2 - 4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

— Ligne 3 : $\frac{15 - 4 - 8}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

— Colonne 3 : $\frac{15 - 6 - 8}{15} = \frac{1}{15}$.

Contrôles : ligne 2, $\frac{9 + 5 + 1}{15} = 1$; diagonales, $\frac{2 + 5 + 8}{15} = 1$ et $\frac{6 + 5 + 4}{15} = 1$.

Réponse. Ligne 1 : $\frac{2}{5}$; ligne 2 : $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{15}$; ligne 3 : $\frac{1}{5}$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** $\frac{2 + 3}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

b) **Faux.** On garde le dénominateur : $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

c) **Vrai.** $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$:

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

d) **Vrai.** $3 = \frac{6}{2}$ et $\frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.