

Plaquette 2 - Comparer et ranger des fractions

Opérations sur les fractions — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Comparer des fractions.

- **Même dénominateur** : la plus grande fraction est celle qui a le plus grand numérateur.
- **Dénominateurs multiples l'un de l'autre** : on transforme la fraction au plus petit dénominateur.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

- **Même numérateur** : la plus grande fraction est celle qui a le plus **petit** dénominateur (les parts sont plus grosses).
- **Repère 1** : $\frac{a}{b} < 1$ quand $a < b$; $\frac{a}{b} > 1$ quand $a > b$.
- **Repère $\frac{1}{2}$** : $\frac{a}{b} > \frac{1}{2}$ quand $2 \times a > b$.
- **Intercaler** : on multiplie numérateurs et dénominateurs par 2 (ou 10) pour faire de la place entre deux fractions.

Correction de l'exercice 1 - Même dénominateur, même numérateur

On regarde ce qui est commun aux deux fractions.

a) Même dénominateur : on compare les numérateurs, $7 > 4$, donc $\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$.

b) Même numérateur : des sixièmes sont plus gros que des huitièmes, donc

$$\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$$

c) Même dénominateur : $11 < 13$, donc $\frac{11}{12} < \frac{13}{12}$. On remarque que la première est inférieure à 1 et la seconde supérieure à 1.

Réponse. a) $>$ · b) $\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$ · c) $<$.

Correction de l'exercice 2 - Réduire au même dénominateur

Dans chaque cas, un dénominateur est multiple de l'autre : on transforme la fraction qui a le plus petit dénominateur.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

$$\text{a) } 8 = 4 \times 2 : \frac{3}{4} = \frac{6}{8} > \frac{5}{8}.$$

$$\text{b) } 12 = 3 \times 4 : \frac{2}{3} = \frac{8}{12} > \frac{7}{12}.$$

$$\text{c) } 50 = 10 \times 5 : \frac{9}{10} = \frac{45}{50} < \frac{47}{50}.$$

Réponse. a) $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$ · b) $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$ · c) $\frac{9}{10} < \frac{47}{50}$.

Correction de l'exercice 3 – Comparer à 1 et à un demi

On compare d'abord à 1 (numérateur plus grand ou plus petit que le dénominateur), puis à $\frac{1}{2}$:

$$\frac{a}{b} > \frac{1}{2} \quad \text{quand} \quad 2 \times a > b$$

- Supérieures à 1 : $\frac{9}{8}$ et $\frac{14}{11}$ (numérateur plus grand).
- Inférieures à $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{7}$ ($2 \times 3 = 6 < 7$) et $\frac{6}{13}$ ($12 < 13$).
- Entre $\frac{1}{2}$ et 1 : $\frac{5}{9}$ ($10 > 9$) et $\frac{7}{10}$ ($14 > 10$).

Réponse. $< \frac{1}{2}$: $\frac{3}{7}, \frac{6}{13}$; entre : $\frac{5}{9}, \frac{7}{10}$; > 1 : $\frac{9}{8}, \frac{14}{11}$.

Correction de l'exercice 4 – Ranger une liste

Les dénominateurs 6, 3, 12, 4 et 2 divisent tous 12 : on écrit tout en douzièmes.

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

On range les numérateurs : $6 < 7 < 8 < 9 < 10$.

- Ordre croissant : $\frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.

Réponse. $\frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.

Correction de l'exercice 5 – Lire des fractions sur une droite

Chaque graduation vaut $\frac{1}{6}$. On compte les graduations depuis 0 :

$$\text{abscisse} = \frac{\text{nombre de graduations}}{6}$$

- A : 2 graduations, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- B : 9 graduations, $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (on simplifie par 3).
- C : 11 graduations, $\frac{11}{6}$, qui ne se simplifie pas.

Réponse. $A = \frac{1}{3}$; $B = \frac{3}{2}$; $C = \frac{11}{6}$.

Correction de l'exercice 6 – Placer des fractions

On écrit chaque fraction en huitièmes :

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \frac{3}{2} = \frac{12}{8}$$

On place donc les points à 6, 5, 12 et 13 graduations de 0. L'ordre sur la droite donne :

- $\frac{5}{8} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2} < \frac{13}{8}$.

Les fractions $\frac{3}{2}$ et $\frac{13}{8}$ sont plus grandes que 1 : elles se placent après la graduation 1.

Réponse. À 5, 6, 12 et 13 huitièmes.



Correction de l'exercice 7 - Intercaler une fraction

On écrit les deux fractions avec un dénominateur assez grand pour qu'il y ait de la place entre les numérateurs.

a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ et $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$:

$$\frac{4}{10} < \frac{5}{10} < \frac{6}{10}$$

b) $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ et $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$: $\frac{13}{16}$ convient.

c) $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ et $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$: $\frac{5}{12}$ convient.

Réponse. Par exemple a) $\frac{5}{10}$ · b) $\frac{13}{16}$ · c) $\frac{5}{12}$.

Correction de l'exercice 8 - Quelle part est la plus grande ?

On écrit les trois fractions en seizièmes ($16 = 8 \times 2 = 4 \times 4$) :

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} \quad \frac{1}{4} = \frac{4}{16} \quad \frac{5}{16}$$

- On compare les numérateurs : $4 < 5 < 6$.
- Ana a mangé le plus ($\frac{3}{8}$), Ben le moins ($\frac{1}{4}$).

Les bandes le confirment : la partie coloriée d'Ana est la plus longue.

Réponse. Le plus : Ana ; le moins : Ben.

Correction de l'exercice 9 - La meilleure réussite

On compare les fractions de tirs réussis, $\frac{12}{20}$ et $\frac{27}{40}$. Comme $40 = 20 \times 2$:

$$\frac{12}{20} = \frac{24}{40} < \frac{27}{40}$$

Sarah a le meilleur taux de réussite, même si elle a aussi raté plus de tirs (13 contre 8). Comparer le nombre de tirs réussis (27 contre 12) ne suffit pas, car ils n'ont pas tiré le même nombre de fois.

Réponse. Sarah ($\frac{27}{40} > \frac{24}{40}$).

Correction de l'exercice 10 - Comparer grâce à la figure

On lit chaque fraction sur sa figure : le disque a 6 parts égales, dont 4 coloriées ; le quadrillage a 12 cases, dont 7 coloriées.

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{12} \quad \frac{7}{12}$$

On a écrit $\frac{4}{6}$ en douzièmes car $12 = 6 \times 2$. Comme $8 > 7$, la partie coloriée du disque est la plus grande (par rapport à sa figure).

Réponse. $\frac{4}{6}$ (disque) $>$ $\frac{7}{12}$ (quadrillage).

Correction de l'exercice 11 - Des fractions plus grandes que 1

On procède comme pour des fractions inférieures à 1, avec le même dénominateur :

$$\frac{7}{4} = \frac{14}{8} > \frac{13}{8}$$

$$\text{b) } 2 = \frac{10}{5} \text{ et } \frac{9}{5} < \frac{10}{5}, \text{ donc } \frac{9}{5} < 2.$$

$$\text{c) } \frac{10}{3} = \frac{20}{6} > \frac{19}{6}.$$

On peut aussi écrire les fractions sous forme « entier + fraction » : $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$ et $\frac{13}{8} = 1 + \frac{5}{8}$.

Réponse. a) $\frac{7}{4} > \frac{13}{8}$ · b) $\frac{9}{5} < 2$ · c) $\frac{10}{3} > \frac{19}{6}$.

Correction de l'exercice 12 - Le bon ordre des fractions unitaires

Toutes ces fractions ont le même numérateur, 1. Plus on partage l'unité en de nombreuses parts, plus chaque part est petite :

$$\frac{1}{b} < \frac{1}{c} \quad \text{quand } b > c$$

— Ordre croissant : $\frac{1}{10} < \frac{1}{7} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.

Piège. Ranger dans l'ordre des dénominateurs : c'est exactement l'inverse.

Réponse. $\frac{1}{10} < \frac{1}{7} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 13 - Trouver le numérateur

On écrit les fractions avec le même dénominateur, puis on compare les numérateurs.

$$\text{a) } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} : \text{ il faut } n < 6, \text{ donc } n \text{ vaut } 1, 2, 3, 4 \text{ ou } 5.$$

$$\text{b) } \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \text{ et } \frac{4}{5} = \frac{8}{10} :$$

$$\frac{4}{10} < \frac{n}{10} < \frac{8}{10}$$

donc n vaut 5, 6 ou 7.

Réponse. a) 1 à 5 · b) 5, 6 ou 7.

Correction de l'exercice 14 - Le sondage

Les dénominateurs 20, 10 et 4 divisent tous 20 : on écrit tout en vingtièmes.

$$\frac{7}{20} \quad \frac{3}{10} = \frac{6}{20} \quad \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

On compare : $5 < 6 < 7$. Le football est le plus apprécié, la natation le moins. Les autres

élèves ($\frac{2}{20}$) préfèrent d'autres sports.

Réponse. Plus : football ; moins : natation.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** Même numérateur : les quarts sont plus gros que les cinquièmes, donc $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$.

b) **Vrai.** $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} > \frac{7}{12}$.

c) **Faux.** En seizièmes :

$$\frac{6}{16} < \frac{7}{16} < \frac{8}{16}$$

d) **Vrai.** Le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.