

**Plaquette 4 - Multiplier des fractions
et prendre une fraction d'une quantité**
Opérations sur les fractions — Cinquième
Corrections détaillées

Boîte à outils**Multiplier des fractions.**

- **Par un entier** : on multiplie le numérateur.

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$$

- **Deux fractions** : numérateur par numérateur, dénominateur par dénominateur.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- On peut **simplifier avant de multiplier** : un facteur commun à un numérateur et à un dénominateur se barre.

- « $\frac{a}{b}$ de » se traduit par « $\frac{a}{b} \times$ » : la moitié d'un tiers, c'est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

- **Fraction d'une quantité** : $\frac{a}{b}$ de $N = N \div b \times a$.

Correction de l'exercice 1 - Multiplier par un entier

On multiplie le numérateur par l'entier, puis on simplifie :

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$$

a) $\frac{6 \times 5}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$ (on simplifie par 3).

b) $\frac{4 \times 3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$.

c) $\frac{7 \times 5}{10} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2} = 3,5$.

Réponse. a) $\frac{10}{3}$ · b) $\frac{3}{2}$ · c) $\frac{7}{2}$.

Correction de l'exercice 2 - Produit de deux fractions

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

a) $\frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$.

b) $\frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$: la moitié d'un tiers est un sixième.

c) $\frac{7 \times 3}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$.

Aucune de ces fractions ne se simplifie.

Réponse. a) $\frac{8}{15}$ · b) $\frac{1}{6}$ · c) $\frac{21}{20}$.

Correction de l'exercice 3 – Simplifier avant de multiplier

On décompose pour repérer les facteurs communs à un numérateur et à un dénominateur :

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{3 \times 8}{4 \times 9} = \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{4 \times 3}{9 \times 8} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3 \times 4 \times 2} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{c) } \frac{5 \times 12}{6 \times 25} = \frac{5 \times 6 \times 2}{6 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}.$$

On évite ainsi de gros nombres comme $\frac{24}{36}$.

Réponse. a) $\frac{2}{3}$ · b) $\frac{1}{6}$ · c) $\frac{2}{5}$.

Correction de l'exercice 4 – Une fraction de fraction

« Les $\frac{3}{4}$ d'une moitié » se traduit par un produit :

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$

Sur la figure, le gâteau est partagé en 8 cases égales ; la moitié du haut en contient 4, et Zoé en prend 3 : c'est bien $\frac{3}{8}$ du gâteau.

Réponse. $\frac{3}{8}$ du gâteau.

Correction de l'exercice 5 – Fraction d'une quantité

On divise par le dénominateur, puis on multiplie par le numérateur :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

$$\text{a) } 40 \div 5 = 8, \text{ puis } 8 \times 3 = 24 \text{ €}.$$

$$\text{b) } 18 \div 6 = 3, \text{ puis } 3 \times 5 = 15 \text{ kg}.$$

$$\text{c) } 250 \div 10 = 25, \text{ puis } 25 \times 7 = 175 \text{ m}.$$

Réponse. a) 24 € · b) 15 kg · c) 175 m.

Correction de l'exercice 6 – Deux fractions successives

Méthode 1 (étape par étape) : $\frac{3}{4}$ de 120, c'est 90 compétiteurs ; $\frac{2}{3}$ de 90, c'est 60 filles.

Méthode 2 (produit des fractions) :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Les compétitrices représentent la moitié du club : $\frac{1}{2}$ de 120 = 60. Les deux méthodes concordent.

Réponse. 60 filles, soit $\frac{1}{2}$ du club.

Correction de l'exercice 7 – Des durées

Une heure vaut 60 minutes.

$$\text{a) } 60 \div 6 \times 5 = 50 \text{ min}.$$

b) On calcule la fraction d'heure :

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

soit une demi-heure : 30 min.

c) 2 h 30 min = 150 min ; $150 \div 5 \times 2 = 60$ min, soit une heure.

Réponse. a) 50 min · b) 30 min · c) 60 min.

Correction de l'exercice 8 - Le prix du tissu

Le prix est proportionnel à la longueur : on prend la fraction du prix d'un mètre.

$$\frac{3}{4} \times 12 = \frac{36}{4} = 9 \text{ €}$$

Pour $2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ mètres : $\frac{5}{2} \times 12 = \frac{60}{2} = 30 \text{ €}$.

Contrôle : 2 m coûtent 24 € et un demi-mètre 6 € ; $24 + 6 = 30 \text{ €}$.

Réponse. 9 € et 30 €.

Correction de l'exercice 9 - L'aire d'un rectangle

L'aire d'un rectangle est le produit de ses dimensions :

$$A = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ m}^2$$

Sur la figure, le carré de 1 m^2 est partagé en $4 \times 3 = 12$ cases ; le rectangle (3 colonnes sur 2 lignes) en couvre 6, soit la moitié du carré.

Réponse. $\frac{1}{2} \text{ m}^2$, la moitié du carré.

Correction de l'exercice 10 - Multiplier par une fraction : plus grand ou plus petit ?

Multiplier par une fraction **inférieure** à 1 diminue, par une fraction **supérieure** à 1 augmente.

$$\frac{4}{5} < 1 \quad \frac{7}{5} > 1 \quad \frac{5}{5} = 1$$

a) Plus petit : $30 \div 5 \times 4 = 24$.

b) Plus grand : $30 \div 5 \times 7 = 42$.

c) Égal : $\frac{5}{5} = 1$, et $1 \times 30 = 30$.

Réponse. a) 24 · b) 42 · c) 30.

Correction de l'exercice 11 - Retrouver le tout

On cherche d'abord la valeur d'un huitième : 3 huitièmes valent 27 €.

$$\frac{1}{8} \text{ de la cagnotte} = 27 \div 3 = 9 \text{ €}$$

La cagnotte entière vaut 8 huitièmes : $8 \times 9 = 72 \text{ €}$.

Contrôle : $\frac{3}{8}$ de 72 € = $72 \div 8 \times 3 = 27 \text{ €}$.

Réponse. 72 €.

Correction de l'exercice 12 - La recette réduite

On multiplie chaque quantité par $\frac{3}{4}$.

— Farine : $\frac{3}{4} \times 200 = 200 \div 4 \times 3 = 150$ g.

— Lait :

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \text{ L}$$

Or 1 L = 1 000 mL, donc $\frac{3}{8}$ L = $1\,000 \div 8 \times 3 = 375$ mL.

Pour des quantités à la fois entières et fractionnaires, on convertit d'abord dans l'unité la plus petite (ici le mL) pour obtenir un nombre entier.

Réponse. 150 g de farine et 375 mL de lait.

Correction de l'exercice 13 - Le produit de trois fractions

On écrit un seul produit, puis on décompose pour simplifier :

$$\frac{2 \times 9 \times 5}{3 \times 10 \times 6} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3}$$

On barre 2, 3, 3 et 5 en haut et en bas : il reste $\frac{1}{2}$.

Contrôle : $2 \times 9 \times 5 = 90$ et $3 \times 10 \times 6 = 180$; $\frac{90}{180} = \frac{1}{2}$.

Réponse. $\frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 14 - Les remises successives

Après la première remise, on paie $\frac{4}{5}$ du prix : $300 \div 5 \times 4 = 240$ €. Après la seconde, on paie $\frac{3}{4}$ de 240 € : 180 €.

En fractions du prix de départ :

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

On paie $\frac{3}{5}$ du prix, la remise totale est $\frac{2}{5}$ (120 €). Ce n'est pas $\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$ du prix, qui ferait $60 + 75 = 135$ € : la seconde remise porte sur un prix déjà réduit.

Réponse. 180 € ; non, la remise totale est $\frac{2}{5}$ du prix.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** $\frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$.

b) **Faux.** On multiplie, on n'additionne pas :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

c) **Vrai.** $35 \div 5 \times 2 = 14$.

d) **Faux.** On ne multiplie que le numérateur : $3 \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$.

Réponse. a) vrai · b) faux ($\frac{1}{8}$) · c) vrai · d) faux ($\frac{6}{7}$).