

Plaquette 5 – Problèmes avec des fractions

Opérations sur les fractions – Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Résoudre un problème de fractions.

- Le **tout** vaut 1, c'est-à-dire $\frac{b}{b}$.
- Ce qui **reste** après avoir pris plusieurs parts :
reste = 1 – (somme des parts)
- Une **part d'une part** se calcule par un produit : les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$, c'est $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.
- **Fraction d'une quantité** : $\frac{a}{b}$ de $N = N \div b \times a$.
- **Retrouver le tout** : si $\frac{a}{b}$ du tout vaut p , alors $\frac{1}{b}$ vaut $p \div a$, et le tout vaut b fois plus.
- Contrôle : la somme des parts calculées doit redonner le tout.

Correction de l'exercice 1 – Le réservoir

a) Au départ :

$$\frac{3}{4} \times 60 = 60 \div 4 \times 3 = 45 \text{ L}$$

Après avoir consommé 20 L, il reste $45 - 20 = 25 \text{ L}$.

b) Fraction du réservoir : $\frac{25}{60}$, qu'on simplifie par 5 : $\frac{5}{12}$. C'est un peu moins de la moitié ($\frac{6}{12}$).

Réponse. a) 25 L · b) $\frac{5}{12}$.

Correction de l'exercice 2 – Le budget familial

a) Logement : $2\,400 \div 3 = 800 \text{ €}$; nourriture : $2\,400 \div 6 = 400 \text{ €}$; transports : $2\,400 \div 12 = 200 \text{ €}$.

b) En douzièmes :

$$\frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12} \quad 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

Montant restant : $2\,400 \div 12 \times 5 = 1\,000 \text{ €}$. Contrôle : $800 + 400 + 200 + 1\,000 = 2\,400 \text{ €}$.

Réponse. a) 800 € ; 400 € ; 200 € · b) $\frac{5}{12}$, soit 1 000 €.

Correction de l'exercice 3 – Les filles demi-pensionnaires

On prend les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de la classe :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

La moitié de la classe : $28 \div 2 = 14$ filles demi-pensionnaires.

Contrôle étape par étape : $\frac{3}{4}$ de 28 donne 21 demi-pensionnaires, et $\frac{2}{3}$ de 21 donne 14.

Réponse. $\frac{1}{2}$ de la classe, soit 14 filles.

Correction de l'exercice 4 - Retrouver la cagnotte

2 cinquièmes valent 18 €, donc un cinquième vaut :

$$\frac{1}{5} \text{ du prix} = 18 \div 2 = 9 \text{ €}$$

Le prix entier vaut $5 \times 9 = 45$ €. Il reste à payer $45 - 18 = 27$ €, c'est-à-dire les $\frac{3}{5}$ du prix.

Contrôle : $\frac{3}{5}$ de 45 = $45 \div 5 \times 3 = 27$ €.

Réponse. 45 € ; il reste 27 €.

Correction de l'exercice 5 - L'argent de poche dépensé

a) Livre : $\frac{1}{4}$ de 60 € = 15 € ; il reste 45 €. Cinéma : $\frac{1}{3}$ de 45 € = 15 € ; il reste 30 €.

b) Après le livre, il reste $\frac{3}{4}$ de l'argent ; après le cinéma, il reste les $\frac{2}{3}$ de ce reste :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Il lui reste la moitié de ses 60 €, soit 30 €. Les deux calculs concordent.

Réponse. a) 30 € · b) $\frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 6 - L'élection

En dix-huitièmes, $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}$:

$$1 - \frac{7}{18} - \frac{6}{18} = \frac{5}{18} \text{ pour C}$$

Voix : A = $360 \div 18 \times 7 = 140$; B = $360 \div 18 \times 6 = 120$; C = $360 \div 18 \times 5 = 100$.

A est élu. Contrôle : $140 + 120 + 100 = 360$.

Réponse. A élu : 140 ; B : 120 ; C : 100 voix.

Correction de l'exercice 7 - Lire un diagramme circulaire

a) Chaque secteur représente une fraction du disque entier (360°) :

$$\frac{90}{360} = \frac{1}{4} \quad \frac{120}{360} = \frac{1}{3} \quad \frac{150}{360} = \frac{5}{12}$$

b) Sport : $24 \div 4 = 6$; musique : $24 \div 3 = 8$; jeux vidéo : $24 \div 12 \times 5 = 10$ élèves.

Contrôle : $6 + 8 + 10 = 24$.

Réponse. a) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ · b) 6, 8, 10 élèves.

Correction de l'exercice 8 - Le terrain partagé

En dixièmes, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$:

$$1 - \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Le gazon occupe la moitié du terrain : $600 \div 2 = 300 \text{ m}^2$.

Contrôle : potager 240 m^2 , serre 60 m^2 , gazon 300 m^2 ; $240 + 60 + 300 = 600 \text{ m}^2$.

Réponse. $\frac{1}{2}$, soit 300 m^2 .

Correction de l'exercice 9 - Le trajet en voiture

À vitesse constante, la durée est proportionnelle à la distance. 2 tiers du trajet durent 40 min, donc un tiers dure :

$$40 \div 2 = 20 \text{ min}$$

Le trajet complet (3 tiers) dure $3 \times 20 = 60 \text{ min}$, soit 1 heure. Il lui reste un tiers du trajet, donc 20 minutes.

Réponse. 60 min en tout ; il reste 20 min.

Correction de l'exercice 10 - Les modes de transport

a) En neuvièmes, $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$:

$$1 - \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{2}{9}$$

Cyclistes : $540 \div 9 \times 2 = 60 \times 2 = 120$ élèves.

b) $\frac{3}{4}$ de 120 = $120 \div 4 \times 3 = 90$ élèves.

Contrôle de a) : à pied 240, en bus 180, à vélo 120 ; total 540.

Réponse. a) $\frac{2}{9}$, soit 120 élèves · b) 90 élèves.

Correction de l'exercice 11 - La bouteille de jus

On boit $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{2}$ L :

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ L}$$

Il reste $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ L. Un litre, c'est 4 quarts de litre : on remplit 4 verres.

Méthode. « Les $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{2}$ L » se traduit par un produit ; ce qui reste se calcule par une soustraction au même dénominateur.

Réponse. 4 verres.

Correction de l'exercice 12 - L'héritage

Part du plus jeune, en dixièmes ($\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$) :

$$1 - \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

Le plus jeune et le deuxième reçoivent chacun $\frac{3}{10}$: il a raison. En euros : aîné

$9\,000 \div 5 \times 2 = 3\,600 \text{ €}$; les deux autres $9\,000 \div 10 \times 3 = 2\,700 \text{ €}$ chacun. Contrôle : $3\,600 + 2\,700 + 2\,700 = 9\,000 \text{ €}$.

Réponse. Oui : 2 700 € chacun ($\frac{3}{10}$).

Correction de l'exercice 13 - Remplir la piscine

On additionne les deux remplissages, en huitièmes :

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

La piscine est remplie aux $\frac{7}{8}$: elle n'est pas pleine. Il manque $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ de sa capacité.
Pour une piscine de 40 m^3 , cela ferait $40 \div 8 = 5 \text{ m}^3$.

Réponse. Non : il manque $\frac{1}{8}$.

Correction de l'exercice 14 - La tablette partagée

On prend chaque fraction de 24 carrés :

— Léa : $24 \div 6 = 4$; Noé : $24 \div 4 = 6$; Sam : $24 \div 8 \times 3 = 9$ carrés.

En tout, $4 + 6 + 9 = 19$ carrés sont mangés ; il en reste 5.

$$\text{fraction restante} = \frac{5}{24}$$

Contrôle en fractions : $\frac{4}{24} + \frac{6}{24} + \frac{9}{24} = \frac{19}{24}$.

Réponse. 4, 6 et 9 carrés ; reste $\frac{5}{24}$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : le voyage scolaire

a) En sixièmes, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$:

$$1 - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Les familles paient la moitié du voyage.

b) Moitié de 7 200 € : 3 600 €. Pour 50 élèves : $3\,600 \div 50 = 72$ € par famille.

Contrôle : mairie 2 400 € + foyer 1 200 € + familles 3 600 € = 7 200 €.

Réponse. a) $\frac{1}{2}$ · b) 72 € par famille.