Plaquette 4 – Nombre quotient, divisibilité et division par un décimal

Opérations sur les fractions — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Quotient, divisibilité, division par un décimal.

— **Nombre quotient** : $b \times \frac{a}{b} = a$. Par exemple $3 \times \frac{7}{3} = 7$.

— **Critères de divisibilité** : par 2 (chiffre des unités pair), par 5 (unités 0 ou 5), par 10 (unités 0), par 3 (somme des chiffres divisible par 3), par 9 (somme des chiffres divisible par 9).

— a est un **multiple** de b, et b un **diviseur** de a, si le reste de la division euclidienne de a par b est nul :

$$a = b \times q + r \qquad 0 \leq r < b$$

— **Simplifier** : diviser numérateur et dénominateur par un diviseur commun.

— **Diviser par un décimal** : on multiplie dividende et diviseur par 10, 100… pour rendre le diviseur entier ; le quotient ne change pas.

$$\frac{8{,}4}{0{,}7} = \frac{84}{7} = 12$$

— Diviser par un nombre plus petit que 1 donne un résultat **plus grand** que le dividende.

Correction de l’exercice 1 – Le nombre quotient

a) Le nombre cherché est un quotient :

$$3 \times \frac{7}{3} = 7 \qquad 7 \times \frac{2}{7} = 2$$

b) $\frac{13}{4} = 13 \div 4 = 3{,}25$; $\frac{9}{8} = 9 \div 8 = 1{,}125$.

— **À retenir** : $\frac{7}{3}$ n’a pas d’écriture décimale exacte (2,333…), mais c’est un nombre bien précis : celui qui, multiplié par 3, donne 7.

Réponse. a) $\frac{7}{3}$; $\frac{2}{7}$ · b) 3,25 ; 1,125.

Correction de l’exercice 2 – Critères de divisibilité

On regarde le chiffre des unités (pour 2, 5, 10) et la somme des chiffres (pour 3 et 9) :

$$2\,340 \to 2+3+4+0 = 9 \qquad 5\,175 \to 5+1+7+5 = 18$$

— 2 340 : unités 0 ; somme $2+3+4+0 = 9$. Divisible par 2, 3, 5, 9 et 10.

— 5 175 : unités 5 ; somme 18. Divisible par 3, 5 et 9 ; pas par 2 ni 10.

— 8 001 : unités 1 ; somme 9. Divisible par 3 et 9 seulement.

— 12 345 : unités 5 ; somme 15. Divisible par 3 et 5 ; pas par 9 (15 n’est pas un multiple de 9).

Réponse. 2 340 : tous ; 5 175 : 3, 5, 9 ; 8 001 : 3, 9 ; 12 345 : 3, 5.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 3 – Le chiffre manquant

a) La somme des chiffres vaut $4 + \square + 2 = 6 + \square$; elle doit être un multiple de 9. Comme $\square$ est un chiffre, $6 + \square = 9$, donc $\square = 3$: $432 = 9 \times 48$.

b) Somme : $7 + \square + 5 = 12 + \square$, multiple de 3 : 12, 15, 18 ou 21. Donc $\square \in \{0; 3; 6; 9\}$: 705, 735, 765, 795.

Réponse. a) 3 · b) 0, 3, 6 ou 9.

Correction de l’exercice 4 – Simplifier grâce aux critères

On repère des diviseurs communs grâce aux critères.

a) 45 et 72 ont une somme de chiffres multiple de 9 : $\frac{45}{72} = \frac{45 \div 9}{72 \div 9} = \frac{5}{8}$.

b) Les deux sont pairs : $\frac{126}{162} = \frac{63}{81}$; puis divisibles par 9 : $\frac{63}{81} = \frac{7}{9}$.

c) Divisibles par 5 : $\frac{210}{315} = \frac{42}{63}$; puis par 3 : $\frac{14}{21}$; puis par 7 : $\frac{2}{3}$.

Réponse. a) $\frac{5}{8}$ · b) $\frac{7}{9}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l’exercice 5 – Fraction irréductible ?

— $35 = 5 \times 7$ et $63 = 7 \times 9$: 7 est un diviseur commun. $\frac{35}{63} = \frac{5}{9}$.

— Les diviseurs de 27 sont 1, 3, 9, 27. 40 n’est divisible ni par 3 (somme 4) ni par 9 : le seul diviseur commun est 1. $\frac{27}{40}$ ne se simplifie pas : elle est **irréductible**.

Réponse. $\frac{35}{63} = \frac{5}{9}$; $\frac{27}{40}$ est irréductible.

Correction de l’exercice 6 – Diviseurs et multiples

a) On cherche les produits égaux à 36 : 1×36, 2×18, 3×12, 4×9, 6×6. Diviseurs : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

b) $91 = 7 \times 13$: oui. $100 = 7 \times 14 + 2$: le reste n’est pas nul, non.

c) Multiples de 6 : 6, 12, 18, 24, 30, 36… ; ceux qui sont aussi multiples de 4 : 12, 24, 36.

Réponse. a) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 · b) oui ; non · c) 12, 24, 36.

Correction de l’exercice 7 – Quotient entier, quotient décimal

a) $157 = 6 \times 26 + 1$: quotient 26, reste 1.

b) En continuant la division après la virgule : $\frac{157}{6} = 26{,}166\ldots \approx 26{,}17$.

c) 26 minibus transportent 156 élèves ; il reste 1 élève : il faut 27 minibus.

— **À retenir** : selon le problème, on utilise le quotient entier et le reste, ou le quotient décimal.

Réponse. a) 26 reste 1 · b) 26,17 · c) 27 minibus.

Correction de l’exercice 8 – Diviser par un décimal

On multiplie le dividende et le diviseur par le même nombre pour que le diviseur devienne entier.

a) $\times 10$: $\frac{8{,}4}{0{,}7} = \frac{84}{7} = 12$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) $\times 100$: $\dfrac{15}{0{,}25} = \dfrac{1\,500}{25} = 60$.

c) $\times 100$: $\dfrac{2{,}7}{0{,}09} = \dfrac{270}{9} = 30$.

— **Contrôle** : $12 \times 0{,}7 = 8{,}4$ ✓ ; $60 \times 0{,}25 = 15$ ✓.

Réponse. a) 12 · b) 60 · c) 30.

Correction de l’exercice 9 – Plus grand ou plus petit ?

Diviser par un nombre plus petit que 1 donne un résultat plus grand que le dividende ; diviser par un nombre plus grand que 1, un résultat plus petit.

a) $0{,}5 < 1$: plus grand. $12 \div 0{,}5 = 120 \div 5 = 24$ (dans 12, il y a 24 demis).

b) $2{,}5 > 1$: plus petit. $12 \div 2{,}5 = 120 \div 25 = 4{,}8$.

c) $0{,}8 < 1$: plus grand. $12 \div 0{,}8 = 120 \div 8 = 15$.

Réponse. a) 24 · b) 4,8 · c) 15.

Correction de l’exercice 10 – Le ruban

On cherche combien de fois 0,45 est contenu dans 3,6 :

$$3{,}6 \div 0{,}45 = \frac{360}{45} = 8$$

On rend le diviseur entier en multipliant les deux nombres par 100 :

$$\frac{3{,}6}{0{,}45} = \frac{3{,}6 \times 100}{0{,}45 \times 100} = \frac{360}{45}$$

On obtient 8 morceaux, sans chute. Contrôle : $8 \times 0{,}45 = 3{,}6$ ✓

Réponse. 8 morceaux.

Correction de l’exercice 11 – Le prix au kilo

Le prix au kilo est le quotient du prix par la masse :

$$30{,}72 \div 2{,}4 = \frac{307{,}2}{24} = 12{,}8$$

Le fromage coûte 12,80 € le kilogramme. Contrôle : $12{,}8 \times 2{,}4 = 30{,}72$ ✓

— **Ordre de grandeur** : 2,4 kg, c’est un peu plus de 2 kg ; 30 € pour un peu plus de 2 kg donne un peu moins de 15 € le kilo, ce qui est cohérent.

Réponse. 12,80 €/kg.

Correction de l’exercice 12 – Fraction d’une quantité

Prendre $\dfrac{a}{b}$ d’une quantité, c’est la diviser par b puis multiplier par a :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

a) $240 \div 8 = 30$, puis $30 \times 3 = 90$ €.

b) 1 h 12 min = 72 min : $72 \div 6 = 12$, puis $12 \times 5 = 60$ min, soit 1 h.

c) $3{,}5 \div 10 = 0{,}35$, puis $0{,}35 \times 7 = 2{,}45$ km.

Réponse. a) 90 € · b) 1 h · c) 2,45 km.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Un même nombre, plusieurs écritures

a) $1{,}25 = \dfrac{125}{100} = \dfrac{5}{4} = 1 + \dfrac{1}{4} = 125\,\%$.

b) $0{,}6 = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} = 60\,\%$ (inférieur à 1).

c) $2{,}4 = \dfrac{24}{10} = \dfrac{12}{5} = 2 + \dfrac{2}{5} = 240\,\%$.

On passe d’un pourcentage à un décimal en divisant par 100 :

$$t\,\% = \frac{t}{100} \qquad 125\,\% = \frac{125}{100} = 1{,}25$$

Réponse. a) $\dfrac{5}{4}$; $125\,\%$ · b) $\dfrac{3}{5}$; $60\,\%$ · c) $\dfrac{12}{5}$; $240\,\%$.

Correction de l’exercice 14 – Des sachets identiques

Le nombre de sachets doit diviser 84 et 60 :

$$84 = (\text{nombre de sachets}) \times (\text{caramels par sachet})$$

— Diviseurs de 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

— Parmi eux, ceux qui divisent 84 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 ($84 = 12 \times 7$).

Au maximum 12 sachets, contenant chacun $84 \div 12 = 7$ caramels et $60 \div 12 = 5$ chocolats.

Réponse. 12 sachets de 7 caramels et 5 chocolats.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux** : $2 + 3 + 6 = 11$, qui n’est pas un multiple de 3.

b) **Vrai** : $x \div 0{,}5 = \dfrac{10x}{5} = 2x$; dans une quantité, il y a deux fois plus de demis que d’unités.

c) **Faux** : 18 et 24 sont divisibles par 6 : $\dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4}$.

d) **Vrai** : si la somme des chiffres est un multiple de 9, c’est aussi un multiple de 3 (car $9 = 3 \times 3$).

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).