

Plaqueette 4 - Sommes algébriques et calcul astucieux

Nombres relatifs — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Calculer une somme algébrique.

- On l'écrit d'abord en écriture simplifiée ; on peut ensuite **changer l'ordre** des termes (chaque terme garde son signe).
- **Regrouper** : on additionne les termes positifs, puis les distances à zéro des négatifs, et on fait une seule soustraction.

$$-12 + 7 - 5 + 18 - 3 = (7 + 18) - (12 + 5 + 3) = 25 - 20 = 5$$

- **Opposés** : deux termes opposés s'annulent ($+13 - 13 = 0$) ; on les barre.
- **Parenthèses** : on calcule d'abord ce qu'elles contiennent. Un « - » devant une parenthèse change le signe du résultat de la parenthèse.
- **Moyenne** de relatifs : somme des valeurs divisée par leur nombre.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme}}{\text{nombre de valeurs}}$$

Correction de l'exercice 1 - Regrouper par signe

On regroupe les termes positifs, puis les négatifs :

$$C = (7 + 18) - (12 + 5 + 3)$$

- Positifs : $7 + 18 = 25$.
- Négatifs : $12 + 5 + 3 = 20$.
- $C = 25 - 20 = 5$.

Cette méthode évite de changer de signe à chaque étape.

Contrôle de gauche à droite : $-12 + 7 = -5$; $-5 - 5 = -10$; $-10 + 18 = 8$; $8 - 3 = 5$.

Réponse. $C = 5$.

Correction de l'exercice 2 - Des opposés qui s'annulent

On repère les termes opposés :

$$+13 - 13 = 0 \quad -8 + 8 = 0$$

Il ne reste que 27 : $D = 27$.

Contrôle en calculant de gauche à droite : $13 - 8 = 5$; $5 + 27 = 32$; $32 - 13 = 19$; $19 + 8 = 27$.

À retenir. Avant de calculer une longue somme, on cherche toujours les termes opposés : ils font gagner du temps et évitent les erreurs.

Réponse. $D = 27$.

Correction de l'exercice 3 - Le carré magique

On complète les lignes ou colonnes où il ne manque qu'un nombre, pour que la somme fasse 0 :

$$\text{nombre manquant} = -(\text{somme des autres})$$

- Ligne 1 : $-3 + 4 = 1$, il faut -1 .
- Ligne 2 : $2 + 0 = 2$, il faut -2 .
- Colonne 1 : $-3 + 2 = -1$, il faut 1 .
- Colonne 2 : $4 + 0 = 4$, il faut -4 .

Dernière ligne : $1 - 4 + 3 = 0$. Diagonales : $-3 + 0 + 3 = 0$ et $-1 + 0 + 1 = 0$.

Réponse. Ligne 1 : -1 ; ligne 2 : -2 ; ligne 3 : 1 et -4 .

Correction de l'exercice 4 - Un programme de calcul

Les trois étapes reviennent à ajouter :

$$-7 + 3 + 10 = 6$$

Le programme ajoute donc 6 au nombre choisi.

- a) $-2 + 6 = 4$; $5 + 6 = 11$.
- b) Il faut $\dots + 6 = 0$: le nombre est -6 .

Contrôle : $-6 - 7 = -13$; $-13 + 3 = -10$; $-10 + 10 = 0$.

Simplifier un programme avant de l'appliquer évite de refaire trois calculs pour chaque nombre.

Réponse. a) 4 et 11 · b) -6 .

Correction de l'exercice 5 - Soustraire 99

On remplace le nombre par un nombre rond proche, puis on corrige :

$$45 - 99 = 45 - 100 + 1$$

- a) $45 - 100 = -55$, puis $-55 + 1 = -54$.
- b) $-20 - 100 = -120$, puis $-120 + 1 = -119$.
- c) $38 - 100 = -62$, puis $-62 + 1 = -61$.

Retirer 99, c'est retirer 100 et rendre 1.

Réponse. a) -54 · b) -119 · c) -61 .

Correction de l'exercice 6 - Des parenthèses

On calcule d'abord le contenu de chaque parenthèse.

- a) $-5 + 8 = 3$ et $3 - 10 = -7$:

$$F = 3 - (-7) = 3 + 7 = 10$$

- b) $4 - 7,5 = -3,5$, donc $G = 2,5 - (-3,5) = 2,5 + 3,5 = 6$.

Piège. En a), oublier que « $-(-7)$ » devient « $+7$ ».

Contrôle de b) : $2,5 - 4 + 7,5 = 6$.

Réponse. a) $F = 10$ · b) $G = 6$.

Correction de l'exercice 7 - La moyenne des températures

On calcule la somme des cinq relevés :

$$-3 + 2 - 5 + 0 + 1 = 3 - 8 = -5$$

Puis on divise par le nombre de relevés :

- moyenne = $-5 \div 5 = -1$ °C.

La moyenne est négative : les jours froids l'emportent.

Contrôle : les écarts à -1 sont -2 ; $+3$; -4 ; $+1$; $+2$, et leur somme vaut bien 0.

Réponse. -1 °C.

Correction de l'exercice 8 - Le score du jeu

Score final :

$$3 - 5 - 2 + 7 - 4 = 10 - 11 = -1$$

Évolution du score après chaque manche : 3 ; -2 ; -4 ; 3 ; -1 .

Le score le plus bas, -4 , est atteint après la troisième manche.

Méthode. Pour suivre l'évolution d'un score, on écrit le total après chaque manche, comme une trace d'exécution.

Réponse. Score final -1 ; le plus bas : -4 après la 3^e manche.

Correction de l'exercice 9 - L'ascenseur

a) On enchaîne les déplacements :

$$2 + 5 - 9 + 3 = 1$$

Il arrive au 1^{er} étage.

b) Étapes : $2 \rightarrow 7 \rightarrow -2 \rightarrow 1$. Le plus bas est l'étage -2 (deuxième sous-sol).

Le calcul d'un seul coup ($2 + 5 - 9 + 3$) donne l'arrivée, mais pas les étapes : il faut suivre le trajet pour trouver l'étage le plus bas.

Réponse. a) étage 1 · b) étage -2 .

Correction de l'exercice 10 - La chaîne d'opérations

On applique chaque opération au résultat précédent :

$$-4 + 7 = 3 \quad 3 - 9 = -6 \quad -6 - (-2) = -6 + 2 = -4$$

La chaîne revient au nombre de départ, -4 : en tout, on a ajouté $7 - 9 + 2 = 0$.

Piège. Pour la dernière flèche, « $-(-2)$ » signifie qu'on ajoute 2, et non qu'on retire 2.

Réponse. 3 ; -6 ; -4 .

Correction de l'exercice 11 - Somme d'entiers consécutifs

a) On associe chaque entier à son opposé : $(-10) + 10 = 0$, $(-9) + 9 = 0$... jusqu'à $(-1) + 1 = 0$, et il reste 0.

$$(-10) + (-9) + \dots + 9 + 10 = 0$$

b) On ajoute les entiers 11 et 12 : $0 + 11 + 12 = 23$.

Méthode. Associer chaque nombre à son opposé est plus rapide que de tout additionner un par un.

Réponse. a) 0 · b) 23.

Correction de l'exercice 12 - Choisir les signes

On essaie les combinaisons possibles, en calculant de gauche à droite :

$$5 + 3 + 8 = 16 \quad 5 + 3 - 8 = 0 \quad 5 - 3 + 8 = 10 \quad 5 - 3 - 8 = -6$$

a) $5 - 3 - 8 = -6$.

b) $5 + 3 - 8 = 0$.

Il y a 4 façons de placer deux signes : on peut toutes les essayer, comme ici, sans oublier de cas.

Réponse. a) $5 - 3 - 8$ · b) $5 + 3 - 8$.

Correction de l'exercice 13 - Deux calculs égaux ?

On calcule chacune en ajoutant l'opposé :

$$H = -7 + 3 = -4 \quad K = -3 - 1 = -4$$

Les deux expressions valent -4 : elles sont égales, bien qu'elles ne s'écrivent pas avec les mêmes nombres.

Pour comparer deux expressions, on calcule chacune séparément, puis on compare les résultats.

Réponse. Oui : $H = K = -4$.

Correction de l'exercice 14 - Le relevé de compte

On regroupe les crédits et les débits :

$$-120 + 1\,450 - 620 - 85,50 - 910$$

— Crédits : 1 450.

— Débits : $120 + 620 + 85,50 + 910 = 1\,735,50$.

— Solde : $1\,450 - 1\,735,50 = -285,50$ €.

Le compte est à découvert de 285,50 €.

Contrôle : $-120 + 1\,450 = 1\,330$; $1\,330 - 620 = 710$; $710 - 85,50 = 624,50$; $624,50 - 910 = -285,50$.

Réponse. $-285,50$ €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** Les opposés -8 et 8 , puis 3 et -3 , s'annulent.

b) **Vrai.** $2 - 9 = -7$ et $4 - 6 = -2$:

$$-7 - (-2) = -7 + 2 = -5$$

c) **Vrai.** $-4 - 2 + 3 = -3$ et $-3 \div 3 = -1$.

d) **Vrai.** $10 - 100 + 1 = -89$.

À retenir. Regrouper, repérer les opposés et arrondir à un nombre rond sont les trois astuces de calcul du chapitre.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) vrai · d) vrai.