

## Plaquette 3 - Calculer une probabilité dans une situation d'équiprobabilité

### Probabilités — Cinquième

Corrections détaillées

#### Boîte à outils

##### Calculer une probabilité.

- En situation d'**équiprobabilité** :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

- On simplifie la fraction ; on peut l'écrire en décimal ou en pourcentage ( $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ ).
- **Contraire** :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .
- Roue à secteurs inégaux : la probabilité d'un secteur est proportionnelle à son angle.

$$P = \frac{\text{angle du secteur}}{360^\circ}$$

- « A ou B » : on compte les issues de A, puis celles de B qui ne sont pas déjà dans A (on ne compte pas deux fois une issue commune).
- Comparer deux probabilités : même dénominateur, ou écriture décimale.

#### Correction de l'exercice 1 - Le dé à vingt faces

Les 20 faces sont équiprobables :

$$P(A) = \frac{\text{faces favorables}}{20}$$

- a) 10 nombres pairs de 2 à 20 :  $P = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ .
- b) Multiples de 5 : 5, 10, 15, 20, soit 4 faces :  $P = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ .
- c) Nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, soit 8 faces :  $P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ .
- d) « Supérieur à 15 » : 16, 17, 18, 19, 20, soit 5 faces :  $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ .

**Réponse.** a)  $\frac{1}{2}$  · b)  $\frac{1}{5}$  · c)  $\frac{2}{5}$  · d)  $\frac{1}{4}$ .

#### Correction de l'exercice 2 - Une urne à trois couleurs

Il y a  $6 + 9 + 5 = 20$  boules, donc 20 issues équiprobables.

$$P(A) = \frac{\text{boules favorables}}{20}$$

- a)  $P(\text{bleue}) = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 45\%$ .
- b) Par le contraire :  $P(\text{rouge}) = \frac{6}{20}$ , donc  $P(\text{pas rouge}) = 1 - \frac{6}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ . Contrôle direct :  $9 + 5 = 14$  boules non rouges.

c)  $6 + 5 = 11$  boules :  $P = \frac{11}{20} = 55\%$ . C'est aussi le contraire de « bleue » :

$$100\% - 45\% = 55\%.$$

**Réponse.** a)  $\frac{9}{20} = 45\%$  · b)  $\frac{7}{10}$  · c)  $\frac{11}{20}$ .

### Correction de l'exercice 3 - Une roue à secteurs inégaux

Les couleurs ne sont pas équiprobables : un secteur deux fois plus grand a deux fois plus de chances. La probabilité est proportionnelle à l'angle :

$$P = \frac{\text{angle du secteur}}{360^\circ}$$

— Rouge :  $\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$ .

— Bleu :  $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ .

— Jaune :  $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ .

Contrôle :  $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = 1$ . On peut aussi imaginer la roue découpée en 6 secteurs égaux de  $60^\circ$  : 3 rouges, 2 bleus, 1 jaune.

**Réponse.** rouge  $\frac{1}{2}$  · bleu  $\frac{1}{3}$  · jaune  $\frac{1}{6}$ .

### Correction de l'exercice 4 - Une roue à douze secteurs

On compte les secteurs de chaque couleur : 5 rouges, 4 bleus et 3 jaunes, soit 12 secteurs équiprobables.

$$P = \frac{\text{secteurs de la couleur}}{12}$$

a)  $P(R) = \frac{5}{12}$  ;  $P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  ;  $P(J) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ .

b) Par le contraire :  $P(\text{pas J}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ . Contrôle direct :  $5 + 4 = 9$  secteurs non jaunes, et  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ .

**Réponse.** a)  $\frac{5}{12}$  ;  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{1}{4}$  · b)  $\frac{3}{4}$ .

### Correction de l'exercice 5 - Les lettres de MATHÉMATIQUES

a) M-A-T-H-É-M-A-T-I-Q-U-E-S : 13 cartons, équiprobables.

$$P = \frac{\text{cartons favorables}}{13}$$

b) On compte avec soin, lettre par lettre :

— M apparaît 2 fois :  $P(M) = \frac{2}{13}$ .

— Vowelles : A, A, É, I, U, E, soit 6 cartons :  $P(\text{vowelle}) = \frac{6}{13}$ .

— Consonnes : contraire de « vowel »,  $P = 1 - \frac{6}{13} = \frac{7}{13}$  (M, T, H, M, T, Q, S).

Ces fractions ne se simplifient pas, car 13 est premier.

**Réponse.** a) 13 · b)  $\frac{2}{13}$  ;  $\frac{6}{13}$  ;  $\frac{7}{13}$ .

## Correction de l'exercice 6 - La tombola en pourcentage

Chaque ticket a la même chance d'être acheté :

$$P(\text{gagner}) = \frac{25}{500} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%$$

(on simplifie par 25, puis on multiplie par 5 pour obtenir un dénominateur 100).

b) Perdre est l'événement contraire :

$$P(\text{perdre}) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} = 95\%$$

Contrôle :  $500 - 25 = 475$  tickets perdants, et  $\frac{475}{500} = 0,95$ . Sur 20 tickets achetés, on peut espérer en moyenne un seul gagnant.

**Réponse.** a)  $\frac{1}{20} = 5\%$  · b)  $\frac{19}{20} = 95\%$ .

## Correction de l'exercice 7 - Multiples de 3 ou de 5

Il y a 30 issues équiprobables.

$$P(A) = \frac{\text{nombre favorables}}{30}$$

a) Multiples de 3 : 3, 6, ..., 30, soit 10 nombres :  $P = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ .

b) Multiples de 3 et de 5, c'est-à-dire de 15 : 15 et 30 :  $P = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ .

c) Les multiples de 5 sont 5, 10, 15, 20, 25, 30 (6 nombres). On en ajoute 6 aux 10 multiples de 3, mais 15 et 30 sont déjà comptés :  $10 + 6 - 2 = 14$  nombres.

$$P = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}.$$

Piège de c) : faire  $\frac{10+6}{30}$  compte deux fois 15 et 30.

**Réponse.** a)  $\frac{1}{3}$  · b)  $\frac{1}{15}$  · c)  $\frac{7}{15}$ .

## Correction de l'exercice 8 - Un jeu de 52 cartes

Les 52 cartes sont équiprobables :

$$P(A) = \frac{\text{cartes favorables}}{52}$$

a) 4 rois :  $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ .

b) 3 figures par couleur,  $3 \times 4 = 12$  figures :  $P = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ .

c)  $2 \times 13 = 26$  cartes rouges :  $P = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ .

d) Roi de cœur et roi de carreau :  $P = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$ .

Contrôle : « roi rouge » est plus rare que « roi » et que « carte rouge », sa probabilité est bien la plus petite.

**Réponse.** a)  $\frac{1}{13}$  · b)  $\frac{3}{13}$  · c)  $\frac{1}{2}$  · d)  $\frac{1}{26}$ .

## Correction de l'exercice 9 - Tirer un élève au sort dans un tableau

Les 30 élèves sont équiprobables :

$$P(A) = \frac{\text{élèves concernés}}{30}$$

- a) Total de la colonne « Espagnol » :  $P = \frac{13}{30}$ .  
 b) Case « Garçons » × « Anglais » :  $P = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ .  
 c) Total de la ligne « Filles » :  $P = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ .

Méthode : un événement « et » se lit dans **une case**, un événement sur un seul caractère se lit dans un **total**.

**Réponse.** a)  $\frac{13}{30}$  · b)  $\frac{4}{15}$  · c)  $\frac{8}{15}$ .

### Correction de l'exercice 10 - Quel jeu choisir ?

On calcule les deux probabilités, puis on les écrit en pourcentage pour les comparer.

$$P(A) = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35 \% \quad P(B) = \frac{1}{3} \approx 33,3 \%$$

Le stand A donne un peu plus de chances de gagner.

Autre méthode : au même dénominateur 60,  $\frac{7}{20} = \frac{21}{60}$  et  $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$  ;  $21 > 20$ . L'écart est faible : sur 60 parties, on gagnerait en moyenne une fois de plus au stand A.

**Réponse.** Le stand A (35 % contre environ 33,3 %).

### Correction de l'exercice 11 - Passer par le contraire

Dans les trois cas, l'événement demandé est le contraire d'un événement simple :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

- a)  $P(6) = \frac{1}{6}$ , donc  $P(\text{pas } 6) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ .  
 b)  $P(\text{gagner}) = \frac{3}{40}$ , donc  $P(\text{perdre}) = 1 - \frac{3}{40} = \frac{37}{40} = 0,925$ .  
 c) « À l'heure » est le contraire de « en retard » :  $1 - 0,12 = 0,88$ .

En c), on ne connaît pas les issues : seule la formule du contraire permet de répondre.

**Réponse.** a)  $\frac{5}{6}$  · b) 0,925 · c) 0,88.

### Correction de l'exercice 12 - Retrouver le contenu d'une urne

a) Le nombre de boules d'une couleur est sa probabilité multipliée par le nombre total de boules :

$$\text{nombre de boules} = P \times 24$$

- Rouges :  $\frac{3}{8} \times 24 = 24 \div 8 \times 3 = 9$ .
- Bleues :  $\frac{1}{3} \times 24 = 8$ .
- Vertes :  $24 - 9 - 8 = 7$ .

b)  $P(\text{verte}) = \frac{7}{24}$ . Contrôle :  $\frac{9}{24} + \frac{8}{24} + \frac{7}{24} = \frac{24}{24} = 1$ .

**Réponse.** a) 9 rouges, 8 bleues, 7 vertes · b)  $\frac{7}{24}$ .

### Correction de l'exercice 13 - L'âge d'un membre du club

Chaque membre est une issue ; les 40 issues sont équiprobables. La probabilité est la fréquence de la valeur dans le club :

$$P = \frac{\text{effectif}}{40}$$

a)  $P = \frac{14}{40} = 0,35$ .

b) 13 ou 14 ans :  $12 + 6 = 18$  membres,  $P = \frac{18}{40} = 0,45$ .

c) Moins de 12 ans, donc 11 ans :  $P = \frac{8}{40} = 0,2$ .

Contrôle : a), b) et c) couvrent tous les âges, et  $0,35 + 0,45 + 0,2 = 1$ .

**Réponse.** a) 0,35 · b) 0,45 · c) 0,2.

### Correction de l'exercice 14 - Case piège

a) Les multiples de 9 entre 1 et 63 sont 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, soit 7 cases (car  $63 = 7 \times 9$ ).

b) Les 63 cases sont équiprobables :

$$P(\text{piège}) = \frac{7}{63} = \frac{1}{9} \quad P(\text{pas piège}) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Le joueur tombe sur un piège environ une fois sur neuf, soit environ 11 % du temps.

**Réponse.** a) 7 · b)  $\frac{1}{9}$  et  $\frac{8}{9}$ .

### Correction de l'exercice 15 - La tombola de fin d'année

Tous les tickets ont la même chance :

$$P(A) = \frac{\text{tickets favorables}}{200}$$

a) Vélo :  $P = \frac{1}{200} = 0,5 \%$ . Un lot :  $1 + 4 + 15 = 20$  tickets gagnants,

$$P = \frac{20}{200} = \frac{1}{10} = 10 \%$$

b) Contraire :  $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 90 \%$ .

c) Parmi les 200 tickets, 5 sont à elle : la probabilité que le ticket du vélo en fasse partie est  $\frac{5}{200} = \frac{1}{40} = 2,5 \%$ .

Acheter 5 fois plus de tickets multiplie par 5 la chance de gagner le vélo, mais elle reste faible.

**Réponse.** a)  $\frac{1}{200}$  ;  $\frac{1}{10}$  · b) 90 % · c)  $\frac{1}{40}$ .