

Plaquette 1 - Issues, événements et calculs de probabilités

Probabilités — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce qu'il faut savoir.

- Une **expérience aléatoire** a plusieurs résultats possibles, appelés **issues**, et on ne peut pas prévoir lequel se produira.
- Un **événement** est un ensemble d'issues (par exemple « obtenir un nombre pair »).
- Une **probabilité** est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %).
- Elle vaut 0 pour un événement **impossible**, 1 pour un événement **certain**.
- Cas d'**équiprobabilité** (dé équilibré, tirage au hasard) :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$

- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
- **Événement contraire** : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. On l'utilise pour les événements « au moins un » ou « pas ... ».
- Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se produire en même temps ; on additionne alors leurs probabilités.
- **Fréquence** observée : $f = \frac{\text{nombre de réalisations}}{\text{nombre d'essais}}$. Sur un grand nombre d'essais, elle se rapproche de la probabilité.

Correction de l'exercice 1 - Lister les issues

- a) 6 issues : 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- b) 2 issues : pile ou face.
- c) 32 issues (une par carte).
- d) 2 issues seulement : « pair » ou « impair ». C'est la même expérience qu'en a), mais on ne retient que deux résultats possibles.
- À retenir : le nombre d'issues dépend de ce que l'on **observe**, pas seulement de l'expérience.

Réponse. a) 6 · b) 2 · c) 32 · d) 2.

Correction de l'exercice 2 - Vocabulaire des probabilités

- a) Toutes les faces sont inférieures à 7 : l'événement est **certain**, sa probabilité vaut 1.
- b) Aucune face ne porte 8 : l'événement est **impossible**, sa probabilité vaut 0.
- c) Trois faces sont paires : l'événement est **possible**, de probabilité $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- d) Toutes les faces valent au moins 1 : **certain**, probabilité 1.

Réponse. a) certain · b) impossible · c) possible ($\frac{1}{2}$) · d) certain.

Correction de l'exercice 3 - Dé équilibré

Les six issues sont équiprobables : on applique la formule du cours.

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{6}$$

- a) Une seule issue : $P = \frac{1}{6}$.
- b) Les impairs sont 1, 3, 5 : $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- c) Les multiples de 3 sont 3 et 6 : $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- d) « Supérieur à 4 » : les issues 5 et 6, donc $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- **Attention** : « supérieur à 4 » exclut le 4 ; « supérieur ou égal à 4 » l'inclurait, avec $P = \frac{3}{6}$.

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) $\frac{1}{3}$ · d) $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 4 - Tirage dans une urne

- a) Total : $5 + 7 + 4 = 16$ boules, donc 16 issues équiprobables.
- b) $P(\text{verte}) = \frac{7}{16}$.
- c) On utilise l'événement contraire :

$$P(\overline{\text{verte}}) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$
- Contrôle direct : il y a $5 + 4 = 9$ boules non vertes, ce qui donne bien $\frac{9}{16}$.

Réponse. a) 16 · b) $\frac{7}{16}$ · c) $\frac{9}{16}$.

Correction de l'exercice 5 - Jeu de 32 cartes

Les 32 cartes ont la même chance d'être tirées :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cartes favorables}}{32}$$

- a) Il y a 4 rois : $P = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
- b) Il y a 8 cœurs : $P = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.
- c) Il y a 3 figures par couleur, soit $3 \times 4 = 12$ figures : $P = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$.
- Contrôle : $\frac{3}{8} = 0,375$, soit un peu plus d'une chance sur trois. Plausible.

Réponse. a) $\frac{1}{8}$ · b) $\frac{1}{4}$ · c) $\frac{3}{8}$.

Correction de l'exercice 6 - Événement contraire

a) On applique la formule de l'événement contraire :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

b) $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$ et $\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$.

- Contrôle : $40 + 60 = 100\%$. La somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut toujours 1.

Réponse. a) $\frac{3}{5}$ · b) 40 % et 60 %.

Correction de l'exercice 7 - Roue non équilibrée

a) La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

$$P(\text{rouge}) + P(\text{bleu}) + P(\text{vert}) + P(\text{jaune}) = 1$$

— $0,3 + 0,25 + 0,35 = 0,9$, donc $P(\text{jaune}) = 1 - 0,9 = 0,1$.

b) Les deux couleurs sont **incompatibles** (la roue ne s'arrête que sur une couleur) : on additionne.

— $P = 0,3 + 0,25 = 0,55$, soit 55 %.

Réponse. a) 0,1 · b) 0,55.

Correction de l'exercice 8 - Probabilités et secteurs

a) Un tour complet vaut 360° , donc le vert mesure $360 - 150 - 90 = 120^\circ$.

b) La probabilité d'un secteur est **proportionnelle à son angle** :

$$P = \frac{\text{angle du secteur}}{360^\circ}$$

— Rouge : $\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$.

— Bleu : $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

— Vert : $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.

— Contrôle : $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{12}{12} = 1$. Correct.

Réponse. a) 120° · b) $\frac{5}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 9 - Fréquence et probabilité

a) La fréquence est le nombre de réalisations divisé par le nombre d'essais :

$$f = \frac{89}{500} = 0,178$$

soit 17,8 %.

b) Pour un dé équilibré, $P(6) = \frac{1}{6} \approx 0,167$, soit 16,7 %.

— L'écart est d'environ 1,1 point : c'est faible. Une fréquence observée n'est jamais exactement égale à la probabilité, elle s'en approche seulement quand le nombre de lancers augmente.

— On ne peut donc **pas** conclure que le dé est truqué.

Réponse. a) 0,178 · b) proche de $\frac{1}{6} \approx 0,167$: rien d'anormal.

Correction de l'exercice 10 - Deux issues à distinguer

a) Pour chaque tirage il y a 3 possibilités, donc $3 \times 3 = 9$ issues : (1 ; 1), (1 ; 2), (1 ; 3), (2 ; 1), ..., (3 ; 3).

b) Les issues favorables sont (1 ; 1), (2 ; 2) et (3 ; 3), soit 3 issues.

$$P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

— **Piège** : il faut bien distinguer (1 ; 2) et (2 ; 1), sinon les issues ne sont plus équiprobables.

Réponse. a) 9 issues · b) $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 11 - Un sachet de bonbons

Les bonbons ont tous la même chance d'être pris : c'est une situation d'équiprobabilité.

$$P(A) = \frac{\text{nombre de bonbons favorables}}{\text{nombre total de bonbons}}$$

a) Menthe : $20 - 8 - 5 = 7$ bonbons, donc $P = \frac{7}{20} = 0,35$.

b) Fraise ou citron : $8 + 5 = 13$ bonbons, $P = \frac{13}{20} = 0,65$. C'est aussi l'événement contraire de a) : $1 - 0,35 = 0,65$.

c) Il reste 19 bonbons, dont 7 à la fraise : $P = \frac{7}{19} \approx 0,37$.

Piège de c) : le contenu du sachet a changé, les deux nombres de la fraction changent aussi.

Réponse. a) $\frac{7}{20}$ · b) $\frac{13}{20}$ · c) $\frac{7}{19}$.

Correction de l'exercice 12 - Composer une urne

a) Avec 10 boules, le nombre de boules d'une couleur est sa probabilité multipliée par 10 :

$$\text{nombre de boules} = P \times 10$$

— Rouges : $0,3 \times 10 = 3$; bleues : $0,5 \times 10 = 5$; vertes : $10 - 3 - 5 = 2$.

b) Pour avoir une chance sur deux, il faut autant de boules rouges que de boules non rouges. Il y a $5 + 2 = 7$ boules non rouges : il faut 7 rouges, donc en ajouter $7 - 3 = 4$.

Contrôle : $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$. Piège : ajouter 2 rouges pour « passer de 0,3 à 0,5 » ne marche pas, car le total change aussi ($\frac{5}{12} \neq \frac{1}{2}$).

Réponse. a) 3 rouges, 5 bleues, 2 vertes · b) 4 rouges.

Correction de l'exercice 13 - Quelle urne choisir ?

L'urne B contient plus de boules rouges, mais aussi plus de boules en tout : on compare les **probabilités**.

$$P(\text{rouge}) = \frac{\text{boules rouges}}{\text{boules de l'urne}}$$

— Urne A : $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} = 0,6$.

— Urne B : $\frac{5}{5+4} = \frac{5}{9} \approx 0,56$.

On compare en réduisant au même dénominateur : $\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$ et $\frac{5}{9} = \frac{25}{45}$. L'urne A donne plus de chances de gagner (60 % contre environ 56 %), bien qu'elle contienne moins de boules rouges.

Réponse. L'urne A ($\frac{3}{5}$ contre $\frac{5}{9}$).

Correction de l'exercice 14 - Problème : loterie de kermesse

a) Nombre de tickets gagnants : $1 + 9 + 40 = 50$.

$$P(\text{gagner}) = \frac{50}{250} = \frac{1}{5} = 0,2$$

b) Événement contraire : $P(\text{rien}) = 1 - 0,2 = 0,8$.

c) Soit 20 % de chances de gagner et 80 % de ne rien gagner.

— Contrôle : $250 - 50 = 200$ tickets perdants, et $\frac{200}{250} = 0,8$. Cohérent.

Réponse. a) 0,2 · b) 0,8 · c) 20 % et 80 %.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.

b) **Vrai.** $1 - 0,25 = 0,75$.

c) **Vrai.** C'est la définition d'un événement impossible.

d) **Vrai.** Les nombres premiers d'un dé sont 2, 3 et 5, soit 3 issues sur 6 : $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
(Attention, 1 n'est pas premier.)

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) vrai.