

Plaquette 5 - Jeux et problèmes : est-ce équitable ?

Probabilités — Cinquième

Exercices

Méthode

Un jeu entre deux joueurs est **équitable** quand ils ont la même probabilité de gagner. Pour le vérifier, on liste les issues (en tableau quand l'expérience a deux étapes), on compte celles qui font gagner chaque joueur, puis on compare. On apprend aussi à **modifier** une règle ou une urne pour rendre un jeu équitable, et à interpréter une probabilité dans la vie courante.

Exercice 1 - Pile ou face

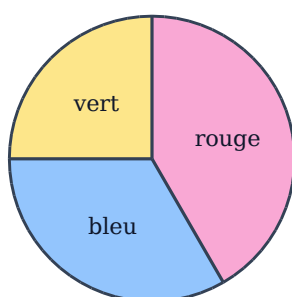
Alice et Bruno lancent une pièce équilibrée : Alice gagne si elle tombe sur pile, Bruno si elle tombe sur face.

- Ce jeu est-il équitable ?
- Ils lancent maintenant un dé : Alice gagne sur 1 ou 2, Bruno sur 3, 4, 5 ou 6. Ce jeu est-il équitable ? Sinon, proposer une règle équitable avec le dé.

Exercice 2 - La roue de la fête foraine

Une roue a un secteur rouge de 150° , un bleu de 120° et un vert de 90° . Chloé gagne si la roue s'arrête sur le rouge, David sur le bleu ; sur le vert, personne ne gagne et on rejoue.

- Calculer la probabilité de chaque couleur.
- Le jeu est-il équitable ? Quel angle faudrait-il donner au bleu, en gardant le vert, pour qu'il le devienne ?



La roue de la fête

Exercice 3 - Rendre l'urne équitable

Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules noires. Emma gagne si elle tire une boule rouge, Farid si elle tire une noire.

- Le jeu est-il équitable ?

- b) Combien de boules rouges faut-il ajouter pour qu'il le devienne ?
- c) Et si l'on préfère retirer des boules noires ?

Exercice 4 - Somme ou produit de deux dés

On lance deux dés équilibrés, un rouge et un vert.

- a) Compléter un tableau à double entrée donnant la **somme** des deux dés. Combien y a-t-il d'issues ?
- b) Gaël gagne si la somme est paire, Hana si elle est impaire. Le jeu est-il équitable ?
- c) On joue maintenant avec le **produit** : Gaël gagne s'il est pair, Hana s'il est impair. Et maintenant ?

Exercice 5 - Pierre, feuille, ciseaux

Inès et Jules jouent à pierre-feuille-ciseaux ; chacun choisit au hasard. La pierre bat les ciseaux, les ciseaux battent la feuille, la feuille bat la pierre ; deux gestes identiques donnent un match nul.

- a) Dresser le tableau des issues. Combien y en a-t-il ?
- b) Calculer la probabilité qu'Inès gagne, que Jules gagne, et d'un match nul. Le jeu est-il équitable ?

Exercice 6 - La tombola de l'association

Une association vend 100 tickets à 2 € chacun. Les lots : 1 bon d'achat de 50 €, 4 bons de 10 € et 10 bons de 2 €.

- a) Quelle est la probabilité qu'un ticket soit gagnant ? qu'il rapporte au moins 10 € ?
- b) Si tous les tickets sont vendus, combien l'association gagne-t-elle ?

Exercice 7 - Mélanger deux urnes

Pour gagner, il faut tirer une boule rouge.

- urne A : 2 rouges et 3 noires ;
- urne B : 3 rouges et 4 noires.

- a) Quelle urne est la plus avantageuse ?
- b) On verse les deux urnes dans une seule. Quelle est alors la probabilité de gagner ? Est-ce mieux que de choisir la meilleure urne ?

Exercice 8 - Construire une roue

On veut fabriquer une roue à trois couleurs telle que $P(\text{rouge}) = 0,45$, $P(\text{bleu}) = 0,35$ et $P(\text{vert}) = 0,2$.

- a) Calculer l'angle de chaque secteur.
- b) Construire la roue.

Exercice 9 - Le dé à douze faces

Kenza et Léo lancent un dé équilibré à 12 faces. Kenza gagne si le résultat est un multiple de 3 **ou** de 4 ; Léo gagne sinon.

Le jeu est-il équitable ?

Exercice 10 - Des chaussettes dans le noir

Dans un tiroir, il y a 6 chaussettes bleues et 4 noires, mélangées. Dans le noir, Malo en prend une au hasard.

- Quelle est la probabilité qu'elle soit bleue ?
- Elle est bleue ; il la garde et en prend une deuxième. Quelle est la probabilité que la deuxième soit bleue aussi ?
- Pourquoi cette probabilité a-t-elle changé ?

Exercice 11 - Le cadenas à code

Un cadenas s'ouvre avec un code de 3 chiffres, de 000 à 999.

- Combien y a-t-il de codes possibles ? Quelle est la probabilité de trouver le bon code du premier coup, en essayant un code au hasard ?
- On sait que le code commence par 7. Que devient cette probabilité ?

Exercice 12 - Modifier la règle avec les cartes

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes (8 cartes par couleur : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as). Nora gagne si elle tire une figure (valet, dame, roi), Oscar s'il tire un as ou un 10 ; sinon, personne ne gagne.

- Le jeu est-il équitable ?
- Proposer une modification de la règle d'Oscar pour qu'il le devienne.

Exercice 13 - 70 % de risque de pluie

La météo annonce « 70 % de risque de pluie demain ».

- Cela veut-il dire qu'il pleuvra 70 % de la journée ?
- Sur 30 jours où la météo a annoncé 70 % de risque de pluie, combien de jours de pluie devrait-on observer environ ?
- Il n'a pas plu le lendemain. La prévision était-elle fausse ?

Exercice 14 - Un sac pour une kermesse

Pour une kermesse, on prépare un sac de jetons rouges, bleus et verts de sorte que $P(\text{rouge}) = \frac{1}{2}$, $P(\text{bleu}) = \frac{1}{3}$ et $P(\text{vert}) = \frac{1}{6}$.

- Quel est le plus petit nombre de jetons possible ? Combien de chaque couleur ?
- On veut 30 jetons. Combien de chaque couleur ?
- Peut-on respecter ces probabilités avec 20 jetons ?

Exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) Un jeu où chaque joueur a une chance sur trois de gagner peut être équitable.
- b) Avec deux dés, la somme 7 et la somme 12 ont la même probabilité.
- c) Si $P(A) = 0,35$, alors l'événement A se produira exactement 35 fois sur 100 essais.
- d) Dans un tirage sans remise, la probabilité peut changer d'un tirage à l'autre.