

Plaquette 2 – Reconnaître et représenter la proportionnalité

Proportionnalité et pourcentages — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Reconnaître la proportionnalité.

- **Tableau** : deux lignes sont proportionnelles quand tous les quotients « ligne du bas ÷ ligne du haut » sont égaux ; ce quotient commun est le **coefficient de proportionnalité** k .

$$k = \frac{y}{x} \quad y = k \times x$$

- Un seul quotient différent suffit pour conclure que ce n'est **pas** proportionnel.
- **Graphique** : une situation est proportionnelle si et seulement si ses points sont **alignés avec l'origine** du repère.
- Des points alignés sur une droite qui ne passe pas par l'origine, ou des points non alignés : ce n'est **pas** proportionnel.
- Signes d'une situation non proportionnelle : une somme fixe (abonnement, prise en charge), une grandeur qui ne part pas de 0, une aire quand un côté change.

Correction de l'exercice 1 – Trois tableaux à tester

On calcule chaque quotient « bas ÷ haut » :

$$k = \frac{y}{x}$$

- A : $\frac{6}{4} = 1,5$; $\frac{9}{6} = 1,5$; $\frac{15}{10} = 1,5$. Proportionnel, $k = 1,5$.
- B : $\frac{7}{2} = 3,5$ mais $\frac{16}{5} = 3,2$. Pas proportionnel.
- C : $\frac{2}{0,5} = 4$; $\frac{12}{3} = 4$; $\frac{28}{7} = 4$. Proportionnel, $k = 4$.

Réponse. A ($k = 1,5$) et C ($k = 4$) ; B ne l'est pas.

Correction de l'exercice 2 – Compléter avec le coefficient

Le coefficient est le prix d'un kilogramme :

$$k = \frac{6}{2,5} = 2,4 \text{ € par kg}$$

- $3,5 \times 2,4 = 8,4 \text{ €}$; $0,5 \times 2,4 = 1,2 \text{ €}$.
- Pour 18 €, on fait le calcul inverse : $18 \div 2,4 = 7,5 \text{ kg}$.

Contrôle : $7,5 \times 2,4 = 18$.

Réponse. $k = 2,4$; 8,4 € ; 1,2 € ; 7,5 kg.

Correction de l'exercice 3 – Un graphique de proportionnalité

Les points sont alignés sur une droite qui **passe par l'origine** : le prix est proportionnel au nombre de cahiers.

On lit le coefficient sur un point, par exemple (2; 6) :

$$k = \frac{6}{2} = 3$$

Un cahier coûte 3 €. Contrôle avec (5; 15) : $15 \div 5 = 3$.

Réponse. Oui ; 3 € le cahier.

Correction de l'exercice 4 - Alignés, mais pas avec l'origine

Par le graphique : les points sont alignés, mais la droite ne passe **pas** par l'origine (pour 0 km, on paie déjà 5 €, la prise en charge).

Par le calcul : on compare deux quotients.

$$\frac{9}{2} = 4,5 \quad \frac{13}{4} = 3,25$$

Ils sont différents : ce n'est pas proportionnel. Deux fois plus de kilomètres (2 puis 4) ne coûtent pas deux fois plus cher (9 puis 13 €).

Réponse. Non : la droite ne passe pas par l'origine.

Correction de l'exercice 5 - Des points non alignés

Les points ne sont **pas alignés** : la courbe se relève de plus en plus. L'aire n'est donc pas proportionnelle au côté.

Par le calcul :

$$\frac{1}{1} = 1 \quad \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{9}{3} = 3$$

Les quotients augmentent. Quand le côté double (de 1 à 2 cm), l'aire est multipliée par 4, et non par 2.

Réponse. Non : les points ne sont pas alignés.

Correction de l'exercice 6 - Construire le graphique

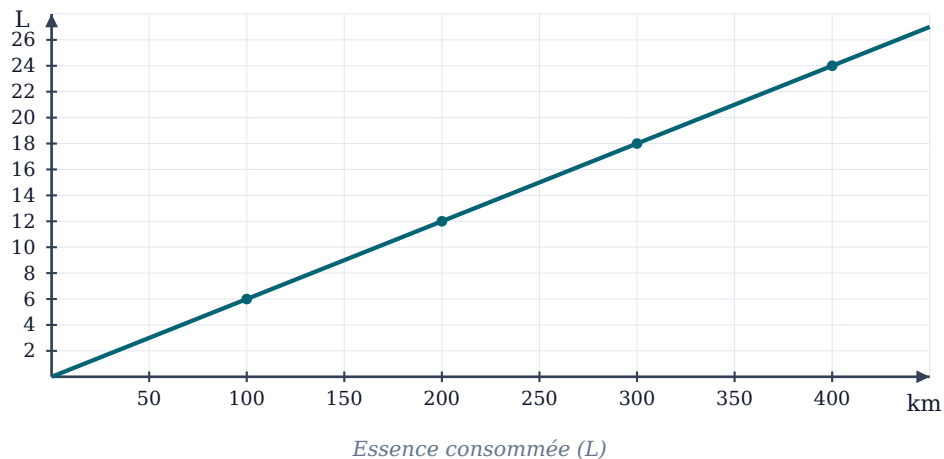
On place les quatre points (100; 6), (200; 12)... Ils sont alignés avec l'origine : on trace la droite.

Coefficient :

$$k = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ L par km}$$

Pour 250 km, on lit (ou on calcule) $250 \times 0,06 = 15$ L. On peut aussi dire que 250 km est au milieu de 200 et 300 km : 15 L est au milieu de 12 et 18 L.

Réponse. 15 L pour 250 km.



Correction de l'exercice 7 - Lire un graphique dans les deux sens

La droite passe par l'origine et par (2; 3) : le coefficient vaut

$$k = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m par bracelet}$$

- a) On part de 6 sur l'axe horizontal : $6 \times 1,5 = 9$ m.
- b) On part de 12 sur l'axe vertical : $12 \div 1,5 = 8$ bracelets.

On lit les mêmes valeurs sur le graphique, à la graduation près.

Réponse. a) 9 m · b) 8 bracelets.

Correction de l'exercice 8 - Proportionnel ou pas ?

On se demande si la deuxième grandeur s'obtient toujours en multipliant la première par un même nombre.

a) **Oui** :

$$P = 4 \times c$$

- b) **Non** : un enfant ne mesure pas deux fois plus à 10 ans qu'à 5 ans.
- c) **Oui** : prix = prix d'un litre $\times$ nombre de litres.
- d) **Non** : on paie 9,99 € quel que soit le nombre de chansons, même 0.

Réponse. a) oui · b) non · c) oui · d) non.

Correction de l'exercice 9 - Deux tarifs

a) On applique les deux règles :

$$A = 8 \times n \quad B = 30 + 5 \times n$$

Séances	5	10	15
Tarif A (€)	40	80	120
Tarif B (€)	55	80	105

- b) Le tarif A (coefficient 8) ; le tarif B a une partie fixe.
- c) Les deux tarifs sont égaux pour 10 séances ; au-delà, B est moins cher (par exemple

105 € contre 120 € pour 15).

Réponse. b) le tarif A · c) à partir de 11 séances.

Correction de l'exercice 10 - Un coefficient décimal

La masse de sucre s'obtient en multipliant la masse de farine par le coefficient 0,75 :

$$\text{sucre} = 0,75 \times \text{farine}$$

— $0,75 \times 12 = 9 \text{ g}$; $0,75 \times 30 = 22,5 \text{ g}$; $0,75 \times 200 = 150 \text{ g}$.

— Pour 60 g de sucre : $60 \div 0,75 = 80 \text{ g}$ de farine.

0,75, c'est les trois quarts : pour 200 g de farine, $200 \div 4 \times 3 = 150 \text{ g}$.

Réponse. 9 g ; 22,5 g ; 150 g ; 80 g.

Correction de l'exercice 11 - Pouces et centimètres

La longueur en cm est proportionnelle à la longueur en pouces, de coefficient 2,54 :

$$\text{cm} = 2,54 \times \text{pouces}$$

a) Télévision : $50 \times 2,54 = 127 \text{ cm}$. Téléphone : $6,5 \times 2,54 = 16,51 \text{ cm}$.

b) On fait l'inverse : $25,4 \div 2,54 = 10 \text{ pouces}$.

Réponse. a) 127 cm et 16,51 cm · b) 10 pouces.

Correction de l'exercice 12 - Deux tableaux liés

a) $16 \times 0,25 = 4 \text{ €}$ (un quart de 16 €).

b) Oui : si $y = 16 \times x$, alors on obtient la masse en divisant le prix par 16 :

$$x = y \div 16 = \frac{1}{16} \times y$$

La masse est proportionnelle au prix, avec le coefficient $\frac{1}{16} = 0,0625 \text{ kg par euro}$: avec 1 €, on a 62,5 g de fromage.

Réponse. a) 4 € · b) oui, coefficient $\frac{1}{16}$.

Correction de l'exercice 13 - L'erreur dans le tableau

On calcule les quotients « distance ÷ durée » :

$$\frac{130}{2} = 65 \quad \frac{195}{3} = 65 \quad \frac{335}{5} = 67 \quad \frac{520}{8} = 65$$

La case fautive est celle de 5 h : il faut $5 \times 65 = 325 \text{ km}$, et non 335 km. Le véhicule roule à 65 km par heure.

Réponse. Pour 5 h : 325 km (et non 335).

Correction de l'exercice 14 - Le taux de change

La somme en dollars est proportionnelle à la somme en euros :

$$\text{dollars} = 1,08 \times \text{euros}$$

a) $150 \times 1,08 = 162 \text{ dollars}$.

b) On divise par le coefficient : $43,20 \div 1,08 = 40 \text{ €}$.

Contrôle : $40 \times 1,08 = 43,20 \text{ dollars}$.

Réponse. a) 162 dollars · b) 40 €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

- a) **Faux.** Il faut aussi que la droite passe par l'origine (voir le taxi).
b) **Vrai.** $k \times 0 = 0$.
c) **Vrai.** Les quotients sont égaux :

$$\frac{12}{3} = \frac{20}{5} = 4$$

- d) **Faux.** Les frais fixes sont payés même pour une quantité nulle.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) faux.