Plaquette 1 – Effectifs, fréquences et moyenne

Statistiques — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Effectif d'une valeur : nombre de fois où elle apparaît. **Effectif total** N : somme de tous les effectifs.

Fréquence d'une valeur :

$$f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

Elle s'écrit en fraction, en décimal (entre 0 et 1) ou en pourcentage. La somme de toutes les fréquences vaut 1, soit 100 %.

Moyenne d'une série de N valeurs :

$$\overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{N}$$

Avec un tableau d'effectifs, on multiplie chaque valeur par son effectif avant d'additionner :

$$\overline{x} = \frac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots}$$

Diagramme circulaire : angle d'un secteur = fréquence $\times 360°$.

Correction de l'exercice 1 – Le vocabulaire d'une enquête

a) La **population** est l'ensemble des personnes interrogées : les 120 élèves de cinquième du collège. Le **caractère** est ce que l'on étudie : le nombre de livres lus pendant les vacances.

b) L'**effectif** de la valeur « 2 livres » est 30 (le nombre d'élèves ayant donné cette réponse). L'**effectif total** est 120.

c) La fréquence est l'effectif divisé par l'effectif total :

$$f = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$$

— **Interprétation** : un élève de cinquième sur quatre a lu 2 livres.
— **Remarque** : le caractère est ici **numérique** (un nombre) ; il peut aussi être une catégorie (une couleur, un sport).

Réponse. a) les 120 élèves ; le nombre de livres lus · b) 30 et 120 · c) 25 %.

Correction de l'exercice 2 – Construire un tableau d'effectifs

a) On compte chaque pointure, en barrant les valeurs au fur et à mesure.

Pointure	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
Effectif	2	5	6	4	3

Contrôle : $2 + 5 + 6 + 4 + 3 = 20$ ✓

b) Chaque pointure compte autant de fois que son effectif :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\bar{x} = \frac{36\times 2 + 37\times 5 + 38\times 6 + 39\times 4 + 40\times 3}{20} = \frac{72 + 185 + 228 + 156 + 120}{20} = \frac{761}{20} = 38{,}05$$

— **Remarque** : aucun élève ne chausse du 38,05 ; la moyenne résume la série sans en être forcément une valeur.
— **Contrôle** : la moyenne est bien entre 36 et 40 ✓

Réponse. a) effectifs 2, 5, 6, 4, 3 · b) 38,05.

Correction de l’exercice 3 – Calculer des fréquences

On divise chaque effectif par l’effectif total $N = 30$:

$$f = \frac{\text{effectif}}{30}$$

— Bus : $\frac{12}{30} = 0{,}4$, soit 40 %.
— À pied : $\frac{9}{30} = 0{,}3$, soit 30 %.
— Vélo : $\frac{6}{30} = 0{,}2$, soit 20 %.
— Voiture : $\frac{3}{30} = 0{,}1$, soit 10 %.

Transport	Bus	À pied	Vélo	Voiture	Total
Fréquence	40 %	30 %	20 %	10 %	100 %

— **Contrôle** : la somme des fréquences vaut 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1 = 1, soit 100 % ✓
— **Méthode** : pour passer du décimal au pourcentage, on multiplie par 100.

Réponse. Bus 40 %, à pied 30 %, vélo 20 %, voiture 10 %.

Correction de l’exercice 4 – Fréquences lues sur un diagramme

a) On lit la hauteur des barres, puis on divise par $N = 20$.

Heures	0	1	2	3	4
Effectif	2	5	8	4	1
Fréquence	10 %	25 %	40 %	20 %	5 %

Par exemple, pour 2 heures :

$$f = \frac{8}{20} = \frac{40}{100} = 40\,\%$$

b) « Au moins 3 heures » signifie 3 ou 4 heures : 4 + 1 = 5 élèves, soit $\frac{5}{20} = 25\,\%$ (on peut aussi ajouter les fréquences, 20 % + 5 % = 25 %).

— **Contrôle** : 10 + 25 + 40 + 20 + 5 = 100 % ✓
— **Piège** : « au moins 3 » inclut la valeur 3.

Réponse. a) 10 %, 25 %, 40 %, 20 %, 5 % · b) 25 %.

Correction de l’exercice 5 – Compléter un tableau de fréquences

On utilise les deux relations :

$$f = \frac{\text{effectif}}{50} \qquad \text{effectif} = f \times 50$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Marron : $\frac{24}{50} = \frac{48}{100} = 48\,\%$.

— Bleu : 30 % de 50, soit $50 \times 0{,}3 = 15$ personnes.

— Vert : $\frac{8}{50} = \frac{16}{100} = 16\,\%$.

— Autre : $50 - 24 - 15 - 8 = 3$ personnes, soit $\frac{3}{50} = 6\,\%$.

Couleur	Marron	Bleu	Vert	Autre	Total
Effectif	24	15	8	3	50
Fréquence	48 %	30 %	16 %	6 %	100 %

— **Contrôle** : $48 + 30 + 16 + 6 = 100\,\%$ ✓

Réponse. Bleu 15 ; autre 3 ; fréquences 48 %, 16 %, 6 %.

Correction de l’exercice 6 – Moyenne d’une série de mesures

a) On additionne les 5 temps puis on divise par 5 :

$$\overline{x} = \frac{14{,}2 + 15{,}1 + 13{,}8 + 14{,}5 + 15{,}4}{5} = \frac{73}{5} = 14{,}6 \text{ s}$$

b) Plus rapide que la moyenne signifie un temps inférieur à 14,6 s : 14,2 et 13,8, soit 2 courses sur 5.

— **Contrôle** : la moyenne 14,6 est bien entre 13,8 et 15,4 ✓

— **Interprétation** : la moyenne n’est pas forcément l’une des valeurs de la série ; ici, aucune course n’a duré exactement 14,6 s.

— **Astuce de calcul** : on regroupe les nombres qui « tombent juste » : $13{,}8 + 14{,}2 = 28$ et $15{,}1 + 14{,}5 + 15{,}4 = 45$, total 73.

Réponse. a) 14,6 s · b) 2 courses.

Correction de l’exercice 7 – Moyenne avec des effectifs

a) $N = 2 + 4 + 7 + 5 + 2 = 20$ élèves.

b) Chaque note compte autant de fois que son effectif :

$$\overline{x} = \frac{8 \times 2 + 10 \times 4 + 12 \times 7 + 14 \times 5 + 16 \times 2}{20} = \frac{16 + 40 + 84 + 70 + 32}{20} = \frac{242}{20} = 12{,}1$$

c) Au moins 12 : $7 + 5 + 2 = 14$ élèves, soit $\frac{14}{20} = 0{,}7 = 70\,\%$.

— **Piège** : la moyenne des valeurs seules, $\frac{8 + 10 + 12 + 14 + 16}{5} = 12$, est fausse ; elle oublie que la note 12 a été obtenue par 7 élèves.

Réponse. a) 20 · b) 12,1 · c) 70 %.

Correction de l’exercice 8 – Regrouper en classes

a) Une classe « de 150 à 160 » contient les tailles t telles que

$$150 \leq t < 160$$

150 est donc dans cette classe, mais 160 est dans la suivante.

Taille (cm)	140 à 150	150 à 160	160 à 170	170 à 180
Effectif	3	9	10	3

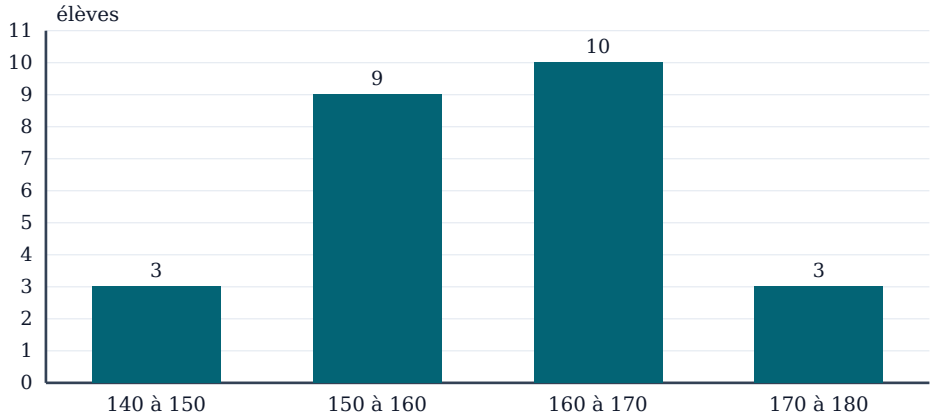
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Contrôle : $3 + 9 + 10 + 3 = 25$ ✓

b) La classe « de 160 à 170 » : 10 élèves sur 25, soit $\frac{10}{25} = 0{,}4 = 40\,\%$.

— **Intérêt des classes** : avec 25 valeurs presque toutes différentes, un tableau valeur par valeur serait illisible ; les classes font apparaître la forme de la série.

Réponse. a) 3, 9, 10, 3 · b) 160 à 170 cm ; 40 %.



Tailles regroupées en classes

Correction de l’exercice 9 – Moyenne de températures négatives

a) On additionne les 7 valeurs, en regroupant les négatives : $(-3) + (-1) = -4$ et $1 + 4 + 2 + 5 + 6 = 18$, donc la somme vaut $18 - 4 = 14$.

Moyenne : $\frac{14}{7} = 2\,°\text{C}$.

b) Au-dessous de 2 °C : -3, 1 et -1, soit 3 jours.

— **Piège** : on additionne des nombres relatifs : -3 et -1 font diminuer la somme.

— **Contrôle** : la moyenne 2 est comprise entre la plus petite valeur (-3) et la plus grande (6) ✓

Réponse. a) 2 °C · b) 3 jours.

Correction de l’exercice 10 – Comparer deux séries

a) Lucas : $\overline{x} = \frac{12 + 13 + 11 + 12 + 12}{5} = \frac{60}{5} = 12$.

Maya :

$$\overline{x} = \frac{6 + 18 + 9 + 17 + 10}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

b) Lucas : 4 notes sur 5 (12, 13, 12, 12), soit 80 %. Maya : 2 notes sur 5 (18 et 17), soit 40 %.

c) Les deux élèves ont la **même moyenne**, 12. Mais les notes de Lucas restent toutes proches de 12, alors que Maya alterne de très bonnes et de mauvaises notes.

— **À retenir** : la moyenne seule ne suffit pas à décrire une série ; il faut aussi regarder comment les valeurs se répartissent.

Réponse. a) 12 pour les deux · b) 80 % et 40 %.

Correction de l’exercice 11 – Quelle note pour atteindre 13 ?

Pour avoir 13 de moyenne sur 5 notes, la **somme** des 5 notes doit valoir :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$13 \times 5 = 65$$

— Somme des quatre premières notes : $13 + 9 + 11 + 15 = 48$.
— Note nécessaire : $65 - 48 = 17$.
— **Vérification** : $\frac{48 + 17}{5} = \frac{65}{5} = 13$ ✓
— **Méthode** : on passe par la somme, car somme = moyenne × nombre de notes.
— **Remarque** : sa moyenne actuelle est $\frac{48}{4} = 12$; pour gagner un point de moyenne avec une seule note, il faut une note nettement au-dessus (17).

Réponse. 17.

Correction de l’exercice 12 – La moyenne de deux classes

a) Non : 11 est la moyenne des deux moyennes, mais les deux classes n’ont pas le même effectif. La 5e B, plus nombreuse, doit peser davantage.

b) On revient aux **sommes** de notes :

— 5e A : $12 \times 20 = 240$ points ;
— 5e B : $10 \times 30 = 300$ points.

$$\overline{x} = \frac{240 + 300}{20 + 30} = \frac{540}{50} = 10{,}8$$

— **Contrôle** : 10,8 est plus proche de 10 (la classe la plus nombreuse) que de 12 ✓
— **À retenir** : on ne fait la moyenne de deux moyennes que si les groupes ont le même effectif.

Réponse. a) non · b) 10,8.

Correction de l’exercice 13 – Du tableau au diagramme circulaire

a) On divise par $N = 40$: sport $\frac{20}{40} = 50\,\%$; musique $\frac{10}{40} = 25\,\%$; théâtre $\frac{6}{40} = 15\,\%$; dessin $\frac{4}{40} = 10\,\%$.

b) L’angle d’un secteur est la fréquence multipliée par 360° :

$$\text{angle} = f \times 360°$$

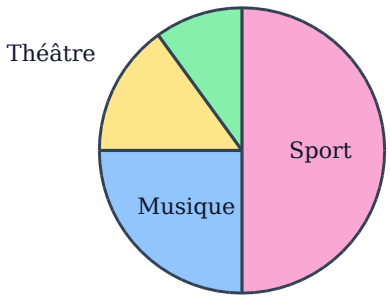
— Sport : $0{,}5 \times 360 = 180°$; musique : $0{,}25 \times 360 = 90°$;
— théâtre : $0{,}15 \times 360 = 54°$; dessin : $0{,}1 \times 360 = 36°$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Contrôle** : $180 + 90 + 54 + 36 = 360°$ ✓
— **Autre méthode** : un élève correspond à $360 \div 40 = 9°$, et $6 \times 9 = 54°$ pour le théâtre.

Réponse. a) 50 %, 25 %, 15 %, 10 % · b) 180°, 90°, 54°, 36°.

Dessin



Activité du mercredi des 40 élèves

Correction de l’exercice 14 – Les buts d’une saison

On lit les effectifs : 0 but : 3 matchs ; 1 : 6 ; 2 : 5 ; 3 : 4 ; 4 : 2. Contrôle : $3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$ ✓

a) Total des buts : $0 \times 3 + 1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 0 + 6 + 10 + 12 + 8 = 36$ buts.

b) Moyenne :

$$\overline{x} = \frac{36}{20} = 1{,}8 \text{ but par match}$$

c) 3 matchs sans but sur 20 : $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\,\%$.

— **Piège** : la hauteur d’une barre est un nombre de **matchs**, pas de buts ; pour le total de buts il faut multiplier.

Réponse. a) 36 buts · b) 1,8 · c) 15 %.

Correction de l’exercice 15 – Enquête sur le temps d’écran

a) On compte chaque valeur.

Heures	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Effectif	2	4	2	1	2	1

Contrôle : $2 + 4 + 2 + 1 + 2 + 1 = 12$ ✓

b) Moyenne :

$$\overline{x} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 1}{12} = \frac{36}{12} = 3 \text{ h}$$

c) Au moins 4 h : $1 + 2 + 1 = 4$ élèves sur 12, soit $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%$.

— **Interprétation** : un élève sur trois dépasse 4 heures d’écran par jour, bien au-dessus de la moyenne de 3 heures.

Réponse. b) 3 h · c) $\frac{1}{3} \approx 33\,\%$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).