Plaquette 5 – Interpréter et critiquer : enquêtes et problèmes

Statistiques — Cinquième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Outils pour interpréter une étude statistique.

— Fréquence et moyenne :

$$f = \frac{\text{effectif}}{N} \qquad \overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{N}$$

— Pour comparer des groupes d'effectifs différents, on compare des **fréquences**, jamais des effectifs.

— Angle d'un secteur : $f \times 360°$; un angle plus grand n'indique un effectif plus grand que si les deux disques représentent le **même total**.

— **Axe coupé** : si l'axe vertical ne part pas de 0, de petits écarts paraissent énormes ; on calcule l'évolution réelle.

— **Échantillon** : pour qu'une enquête soit fiable, les personnes interrogées doivent être nombreuses et **représentatives** de la population.

— Quand plusieurs réponses sont possibles, la somme des pourcentages peut dépasser 100 %.

— La moyenne ne dit pas comment les valeurs se répartissent : on regarde aussi les plus petites et les plus grandes valeurs, et on se méfie des valeurs extrêmes.

Correction de l'exercice 1 – Un graphique qui exagère

a) Année 1 : 98 milliers d'articles ; année 5 : 102 milliers.

b) On compare la hausse à la valeur de départ :

$$\frac{102 - 98}{98} \times 100 = \frac{4}{98} \times 100 \approx 4\,\%$$

Une hausse d'environ 4 % en cinq ans est modeste : « explosé » n'est pas justifié.

c) L'axe vertical ne commence pas à 0 mais à 97 : l'écart de 4 milliers occupe presque toute la hauteur du graphique. Avec un axe partant de 0, la courbe serait presque plate.

Réponse. a) 98 et 102 milliers · b) environ 4 %, non · c) l'axe vertical coupé à 97.

Correction de l'exercice 2 – Un sondage à la sortie du stade

a) On applique la formule de la fréquence :

$$f = \frac{400}{500} = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

soit 80 % des personnes **interrogées**.

b) Le titre est trompeur. Les personnes interrogées ne sont pas **représentatives** des habitants : ce sont des spectateurs d'un match de football, qui aiment évidemment ce sport. Le nombre de personnes (500) est suffisant, mais c'est leur choix qui fausse le résultat. Pour une enquête fiable, il faudrait interroger des habitants choisis au hasard (dans la rue, par téléphone, à différents endroits).

Réponse. a) 80 % · b) échantillon non représentatif : le titre est faux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 3 – Plus de 100 % ?

a) $65 + 48 + 32 = 145\,\%$. Ce n’est pas une erreur : la question permet **plusieurs réponses**. Un élève qui utilise A et les SMS est compté dans les deux catégories ; les catégories se recouvrent, elles ne partagent pas un tout. (Pour la même raison, on ne pourrait pas représenter ces résultats par un diagramme circulaire.)

b) On calcule l’effectif à partir de la fréquence :

$$\text{effectif} = f \times N = 0{,}65 \times 200 = 130 \text{ élèves}$$

Avec une seule réponse possible par élève, en revanche, une somme différente de 100 % (hors arrondis) serait une erreur.

Réponse. a) 145 %, pas une erreur (plusieurs réponses possibles) · b) 130 élèves.

Correction de l’exercice 4 – Quatre ou cinq cents avis ?

On calcule chaque fréquence :

$$f_1 = \frac{3}{4} = 0{,}75 \qquad f_2 = \frac{300}{500} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

soit 75 % et 60 %.

L’enquête 2 est bien plus fiable : avec seulement 4 élèves, un seul avis de plus ou de moins change le résultat de 25 % ($\frac{1}{4}$). Avec 500 élèves, un avis ne change la fréquence que de 0,2 %. Plus l’échantillon est grand (et bien choisi), plus la fréquence observée est proche de la réalité.

Réponse. 75 % et 60 % ; l’enquête 2 (500 élèves).

Correction de l’exercice 5 – Vrai ou faux sur un diagramme

a) **Vrai** : $12 + 4 = 16$ élèves dorment au moins 9 h, et $16 > 15$, la moitié de 30.

b) **Vrai** : $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

c) **Faux** : on calcule la moyenne pondérée,

$$\overline{x} = \frac{7 \times 4 + 8 \times 10 + 9 \times 12 + 10 \times 4}{30} = \frac{256}{30} \approx 8{,}5 \text{ h}$$

d) **Vrai** : $\frac{4}{30} \approx 0{,}133$, soit environ 13 %.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux (environ 8,5 h) · d) vrai.

Correction de l’exercice 6 – Deux disques, deux totaux

On calcule le nombre d’externes de chaque classe à partir de l’angle :

$$\text{effectif} = \frac{\text{angle}}{360°} \times N$$

— Classe A : $\frac{90}{360} \times 20 = \frac{1}{4} \times 20 = 5$ externes.

— Classe B : $\frac{72}{360} \times 40 = \frac{1}{5} \times 40 = 8$ externes.

Il a tort : il y a **plus** d’externes en B (8 contre 5). Le secteur de A est plus grand parce que la **fréquence** des externes y est plus grande (25 % contre 20 %), mais les deux disques ne représentent pas le même nombre d’élèves.

Réponse. Non : 5 externes en A, 8 en B.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Filles et garçons en club

a) On compare des fréquences, car les deux groupes n’ont pas le même effectif :

$$f_{\text{filles}} = \frac{42}{120} = 0{,}35 \qquad f_{\text{garçons}} = \frac{54}{150} = 0{,}36$$

soit 35 % des filles et 36 % des garçons.

b) L’écart est d’un point seulement : les garçons ne sont pas « beaucoup plus sportifs ». Ils sont plus nombreux en club surtout parce qu’il y a plus de garçons au collège (150 contre 120).

c) Dans tout le collège : $42 + 54 = 96$ élèves en club sur $120 + 150 = 270$, soit $\frac{96}{270} \approx 0{,}356$, environ 35,6 %.

Réponse. a) 35 % et 36 % · b) presque pareil · c) environ 35,6 %.

Correction de l’exercice 8 – Deux climats

a) On applique les formules pour chaque ville :

$$\overline{x}_{\text{Brest}} = \frac{7+7+9+11+13+16}{6} = \frac{63}{6} = 10{,}5\ °\text{C} \qquad \overline{x}_{\text{Strasbourg}} = \frac{57}{6} = 9{,}5\ °\text{C}$$

b) Brest : de 7 à 16 °C ; Strasbourg : de 2 à 19 °C. Les moyennes sont proches (un degré d’écart), mais les températures de Strasbourg s’écartent beaucoup plus de leur moyenne : à Brest, près de la mer, les températures varient peu (climat **océanique**) ; à Strasbourg, les hivers sont plus froids et les étés plus chauds (climat plus **continental**). On le voit sur le graphique : la courbe pointillée monte beaucoup plus.

Réponse. a) Brest 10,5 °C ; Strasbourg 9,5 °C · b) Brest plus régulier.

Correction de l’exercice 9 – L’élection des délégués

a) Avec $N = 30$:

$$f = \frac{\text{voix}}{30} \qquad \text{angle} = f \times 360°$$

— Anna : $\frac{12}{30} = 0{,}4$, soit 40 % et 144°.

— Bastien : $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$ et 120°.

— Chloé : $\frac{8}{30} \approx 26{,}7\,\%$ et 96°.

Contrôle : $144 + 120 + 96 = 360°$.

b) Anna arrive en tête, mais 12 voix ne dépassent pas la moitié des votants (15) : 40 % n’est pas « plus de 50 % ». Elle n’a pas la majorité ; il faut un second tour. Sur le diagramme, son secteur ne couvre pas un demi-disque.

Réponse. a) 40 %, 144° ; 33,3 %, 120° ; 26,7 %, 96° · b) non, $12 < 15$.

Correction de l’exercice 10 – La facture d’eau

a) On additionne les six barres, puis on divise par 6 :

$$12 + 10 + 11 + 14 + 16 + 15 = 78\ \text{m}^3 \qquad \overline{x} = \frac{78}{6} = 13\ \text{m}^3$$

b) Les mois au-dessus de 13 m³ sont avril (14), mai (16) et juin (15) : 3 mois.

c) Le prix est proportionnel au volume : $78 \times 4 = 312$ €.

On remarque que la consommation augmente au printemps (arrosage, douches plus

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

fréquentes) : la moyenne cache cette évolution, que le diagramme montre bien.

Réponse. a) 78 m³ et 13 m³ · b) 3 mois · c) 312 €.

Correction de l’exercice 11 – Une étude complète : le temps d’écran

a) On dépouille la liste :

Heures	1	2	3	4	5	6
Effectif	2	6	6	3	2	1

Contrôle : $2 + 6 + 6 + 3 + 2 + 1 = 20$.

b) Au moins 4 h : $3 + 2 + 1 = 6$ élèves, soit $\frac{6}{20} = 0{,}3$, c’est-à-dire 30 %.

c) Moyenne pondérée :

$$\overline{x} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 6 + 3 \times 6 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 6 \times 1}{20} = \frac{60}{20} = 3 \text{ h}$$

Conclusion : en moyenne 3 h par jour, mais près d’un élève sur trois (30 %) passe au moins 4 h devant un écran.

Réponse. b) 30 % · c) moyenne 3 h.

Correction de l’exercice 12 – La moyenne au tableur

a) La fonction MOYENNE additionne les valeurs et divise par leur nombre :

$$\overline{x} = \frac{12 + 15 + 9 + 14 + 11 + 16 + 10 + 13}{8} = \frac{100}{8} = 12{,}5$$

b) Elle calcule la même chose « à la main » : la somme des 8 valeurs, 100, divisée par 8 : 12,5.

c) La somme passe à $100 + 22 = 122$ points pour 9 matchs :

$$\overline{x} = \frac{122}{9} \approx 13{,}6$$

Un seul très bon match fait monter la moyenne de plus d’un point : la moyenne est sensible aux valeurs extrêmes.

Réponse. a) 12,5 · b) la moyenne, 12,5 · c) environ 13,6.

Correction de l’exercice 13 – Un club qui grandit

a) Le club passe de 40 à 72 adhérents : $72 - 40 = 32$ adhérents de plus.

$$\text{pourcentage} = \frac{\text{hausse}}{\text{valeur de départ}} \times 100 = \frac{32}{40} \times 100 = 80\,\%$$

b) Hausses successives : +5 ; +5 ; +10 ; +12. La plus forte a lieu entre les années 4 et 5 : c’est le segment le plus raide.

$$\frac{12}{60} \times 100 = 20\,\%$$

Le club a gagné 20 % d’adhérents cette année-là. Piège : on compare la hausse au nombre de **l’année** 4 (60), pas à celui de l’année 1.

Réponse. a) +32, soit 80 % · b) entre les années 4 et 5, +20 %.

Correction de l’exercice 14 – La rivière d’un mètre de profondeur

a) On applique la formule de la moyenne :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\overline{x} = \frac{0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1{,}9 + 1{,}6 + 0{,}6 + 0{,}4}{7} = \frac{6}{7} \approx 0{,}86 \text{ m}$$

Le panneau dit vrai : la moyenne est inférieure à 1 m.

b) La plus grande profondeur est 1,9 m : au milieu, la rivière atteint 1,9 m, plus que la taille du randonneur. Il a donc tort : une moyenne ne garantit rien sur chaque valeur. Pour décider, c'est la **plus grande** profondeur qui compte, pas la moyenne.

Réponse. a) environ 0,86 m, oui · b) 1,9 m ; non.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : vrai ou faux

On s'appuie sur les définitions :

$$f = \frac{\text{effectif}}{N} \qquad \overline{x} = \frac{\text{somme}}{N}$$

a) **Faux** : un effectif ne dépasse pas l'effectif total, donc $f \leq 1$.

b) **Faux** : la moyenne de 1 et 2 est 1,5, qui n'est pas dans la série.

c) **Vrai** : si toutes les valeurs sont au plus égales au maximum, leur somme est au plus $N \times \max$, donc la moyenne est au plus le maximum (et de même pour le minimum).

d) **Vrai** : la somme augmente de $3 \times N$, donc la moyenne de $\frac{3N}{N} = 3$.

e) **Faux** : une évolution se représente par une courbe ; le disque montre les parts d'un tout.

Réponse. a) faux · b) faux · c) vrai · d) vrai · e) faux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).