

Plaquette 4 – Le parallélogramme : propriétés et démonstrations

Triangles et quadrilatères – Cinquième

Exercices

Méthode

On **utilise** les propriétés du parallélogramme (côtés opposés, angles, diagonales) pour calculer des longueurs et des angles, puis on **démontre** qu'un quadrilatère est un parallélogramme en choisissant la bonne caractérisation. Chaque démonstration suit le schéma : ce que l'on sait, la propriété, la conclusion. On apprend aussi à se méfier des « fausses » caractérisations grâce à des contre-exemples.

Exercice 1 – Construire un parallélogramme

Construire le parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm et $\widehat{DAB} = 60^\circ$. Décrire deux façons de placer le point C .

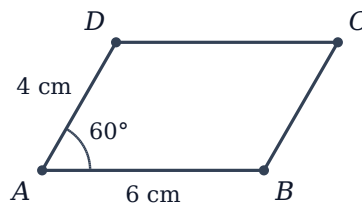
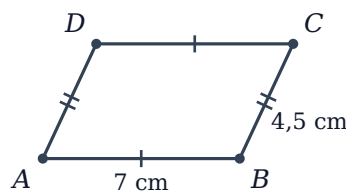


Figure à main levée.

Exercice 2 – Côtés et périmètre

$ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = 7$ cm et $BC = 4,5$ cm.

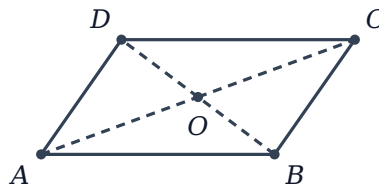
- Donner CD et AD .
- Calculer le périmètre.
- Un autre parallélogramme a un périmètre de 30 cm et un côté de 9 cm. Quelles sont les longueurs de ses autres côtés ?



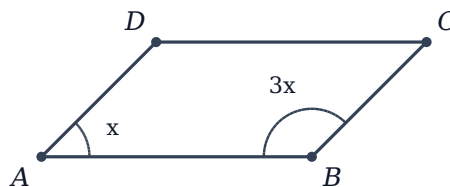
Exercice 3 - Diagonales et milieu

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

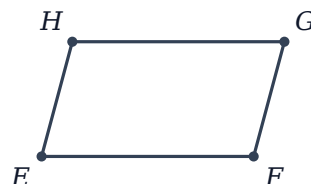
- On sait que $OA = 3,7$ cm et $BD = 5$ cm. Calculer AC , OB et OD .
- Peut-on en déduire $OB = OA$?

**Exercice 4 - Un angle triple de l'autre**

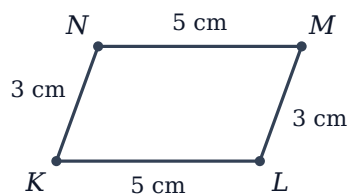
Dans le parallélogramme $ABCD$, l'angle $\hat{B}$ est le triple de l'angle $\hat{A}$. Calculer les quatre angles.

**Exercice 5 - Par la définition**

Dans le quadrilatère $EFGH$, on sait que $(EF) \parallel (HG)$ et $(EH) \parallel (FG)$. Quelle est sa nature ? Rédiger la justification.

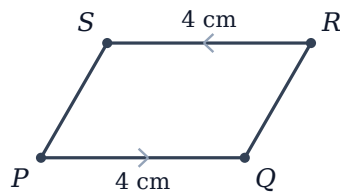
**Exercice 6 - Par les longueurs des côtés**

Le quadrilatère non croisé $KLMN$ a pour côtés $KL = 5$ cm, $LM = 3$ cm, $MN = 5$ cm et $NK = 3$ cm. Quelle est sa nature ?

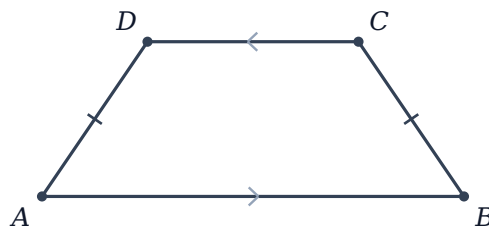


Exercice 7 - Parallèles et de même longueur

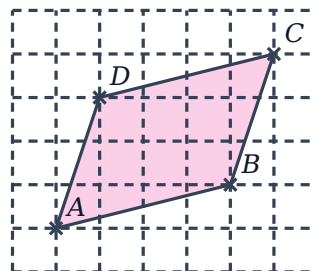
Dans le quadrilatère non croisé $PQRS$, on sait que $(PQ) \parallel (SR)$ et que $PQ = SR = 4 \text{ cm}$. Démontrer que $PQRS$ est un parallélogramme.

**Exercice 8 - Le piège du trapèze isocèle**

Un élève affirme : « Dans $ABCD$, $(AB) \parallel (DC)$ et $AD = BC$, donc $ABCD$ est un parallélogramme. » A-t-il raison ?

**Exercice 9 - Sur un quadrillage**

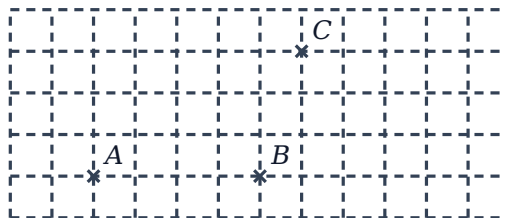
Sur le quadrillage, on a placé les points A, B, C, D . Le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Justifier en comptant les carreaux.



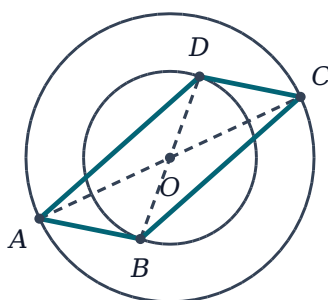
Exercice 10 - Placer le quatrième sommet

On connaît trois sommets A , B , C d'un parallélogramme.

- Placer D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- Placer E pour que $ABEC$ soit un parallélogramme.

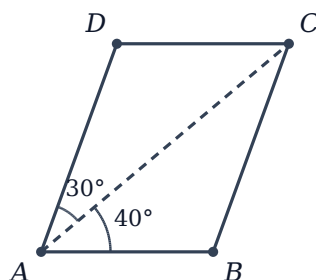
**Exercice 11 - Deux cercles de même centre**

Deux cercles ont le même centre O . $[AC]$ est un diamètre du grand cercle, $[BD]$ un diamètre du petit. Quelle est la nature de $ABCD$? Est-ce un rectangle ?

**Exercice 12 - Angles avec la diagonale**

$ABCD$ est un parallélogramme. La diagonale $[AC]$ partage l'angle $\widehat{DAB}$ en $\widehat{BAC} = 40^\circ$ et $\widehat{CAD} = 30^\circ$.

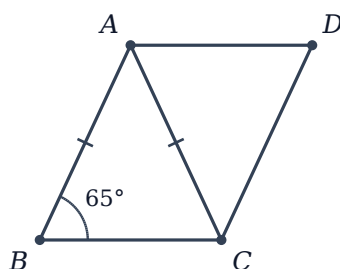
Calculer $\widehat{DAB}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ABC}$.



Exercice 13 - Un parallélogramme et un triangle isocèle

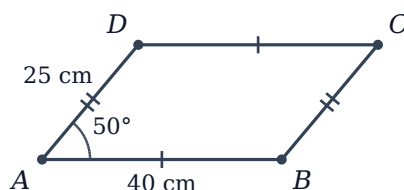
$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = AC$ et $\hat{ABC} = 65^\circ$.

- Calculer les angles du triangle ABC .
- Calculer $\hat{ADC}$, $\hat{BAD}$ et $\hat{CAD}$.

**Exercice 14 - L'étagère pliante**

Le montant d'une étagère pliante est un parallélogramme articulé $ABCD$: les barres gardent leurs longueurs ($AB = 40$ cm, $BC = 25$ cm) mais les angles changent quand on replie l'étagère.

- Le périmètre change-t-il ?
- Quand $\hat{A} = 50^\circ$, que valent les autres angles ?
- Pourquoi l'étagère reste-t-elle horizontale quand on la replie ?

**Exercice 15 - Synthèse : choisir la bonne propriété**

Pour chaque quadrilatère non croisé, dire si l'on peut conclure que c'est un parallélogramme, et avec quelle propriété.

- $AB = DC$ et $AD = BC$.
- $(AB) \parallel (DC)$ et $AD = BC$.
- Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu.
- $\hat{A} = \hat{C} = 110^\circ$ et $\hat{B} = \hat{D} = 70^\circ$.