

Plaquette 5 – Rectangle, losange et carré

Triangles et quadrilatères – Cinquième

Exercices

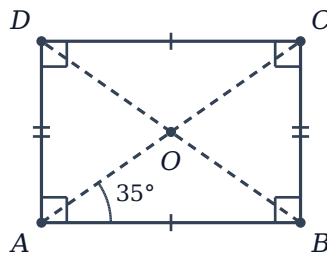
Méthode

Le rectangle, le losange et le carré sont des **parallélogrammes particuliers** : ils ont toutes les propriétés du parallélogramme, plus quelques-unes. On utilise ces propriétés pour calculer (angles, longueurs, périmètres) et on **démontre** la nature d'un quadrilatère en partant d'un parallélogramme et en cherchant la propriété supplémentaire : un angle droit, deux côtés consécutifs égaux, des diagonales égales ou perpendiculaires.

Exercice 1 – Les diagonales du rectangle

$ABCD$ est un rectangle de centre O avec $AC = 10$ cm et $\widehat{OAB} = 35^\circ$.

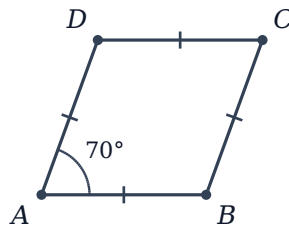
- Calculer OA , OB , OC , OD .
- Quelle est la nature du triangle AOB ? Calculer $\widehat{OBA}$ et $\widehat{AOB}$.



Exercice 2 – Les angles du losange

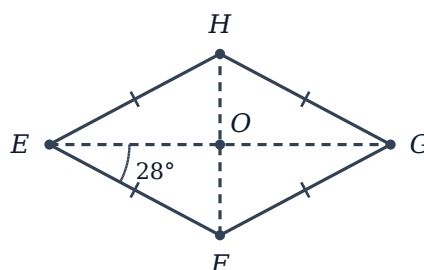
$ABCD$ est un losange avec $\widehat{DAB} = 70^\circ$.

- Calculer les trois autres angles.
- La diagonale $[AC]$ coupe l'angle $\widehat{DAB}$ en deux. Calculer $\widehat{BAC}$.

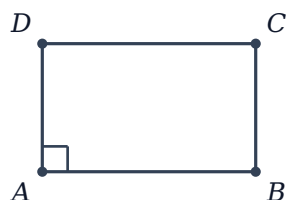


Exercice 3 - Diagonales perpendiculaires

$EFGH$ est un losange de centre O . On sait que $\widehat{OEF} = 28^\circ$. Calculer $\widehat{EOF}$ et $\widehat{OFE}$.

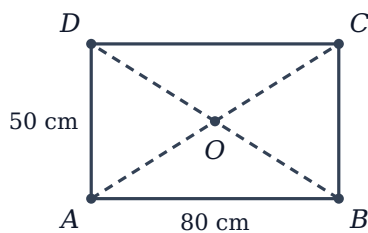
**Exercice 4 - Un angle droit suffit**

$ABCD$ est un parallélogramme et $\widehat{DAB} = 90^\circ$. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

**Exercice 5 - Le cadre du menuisier**

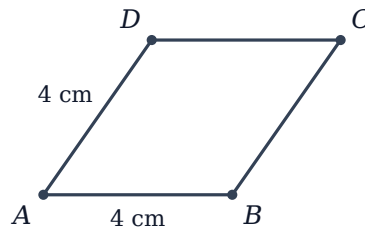
Un menuisier assemble un cadre dont les côtés opposés ont la même longueur (80 cm et 50 cm). Pour vérifier que le cadre est bien rectangulaire, il mesure les deux diagonales avec un mètre ruban : il trouve 94,3 cm et 94,3 cm.

Expliquer pourquoi sa méthode est correcte.



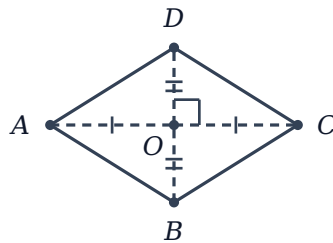
Exercice 6 - Deux côtés consécutifs égaux

$ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = AD = 4$ cm. Démontrer que c'est un losange et calculer son périmètre.

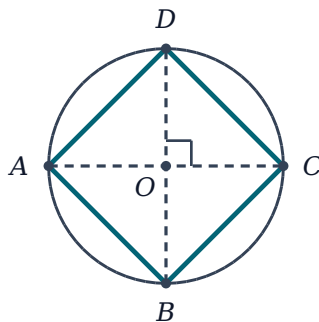
**Exercice 7 - Diagonales perpendiculaires : quelle nature ?**

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ d'un quadrilatère se coupent en leur milieu O et sont perpendiculaires, avec $AC = 8$ cm et $BD = 5$ cm.

- Quelle est la nature de $ABCD$?
- Est-ce un carré ?

**Exercice 8 - Reconnaître un carré**

On trace deux diamètres **perpendiculaires** $[AC]$ et $[BD]$ d'un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Démontrer que $ABCD$ est un carré et donner la longueur de ses diagonales.

**Exercice 9 - Périmètres de losanges**

- Calculer le périmètre d'un losange de côté 6,5 cm.
- Un losange a un périmètre de 34 cm. Quelle est la longueur de son côté ?
- Un losange et un carré ont le même périmètre. Ont-ils forcément la même aire ?

Exercice 10 - Le tableau des propriétés

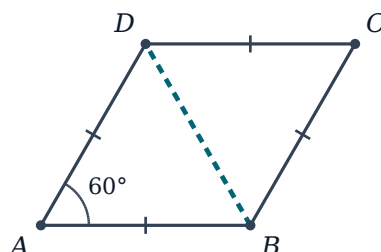
Compléter par oui ou non.

Propriété	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
Côtés opposés parallèles	?	?	?	?
Quatre côtés égaux	?	?	?	?
Quatre angles droits	?	?	?	?
Diagonales de même longueur	?	?	?	?
Diagonales perpendiculaires	?	?	?	?

Exercice 11 - Losange à 60°

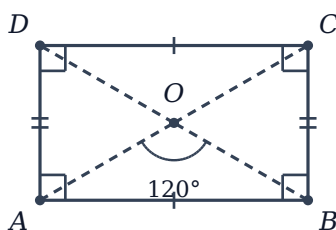
$ABCD$ est un losange de côté 5 cm avec $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

- Quelle est la nature du triangle ABD ?
- En déduire la longueur de la diagonale $[BD]$.

**Exercice 12 - Rectangle et triangle isocèle**

$ABCD$ est un rectangle de centre O . On sait que $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

Calculer $\widehat{OAB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{OCB}$.

**Exercice 13 - Programme de construction : quelle figure ?**

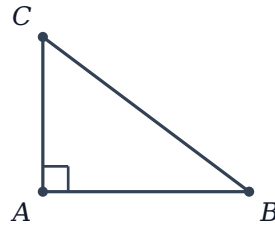
Tracer un segment $[EG]$ de 6 cm, de milieu O . Tracer la médiatrice de $[EG]$ et placer dessus les points F et H , de part et d'autre de O , tels que $OF = OH = 3$ cm.

Quelle est la nature de $EFGH$?

Exercice 14 - Démontrer avec la symétrie

ABC est un triangle rectangle en A . On note O le milieu de $[BC]$ et D le symétrique de A par rapport à O .

- a) Démontrer que $ABDC$ est un rectangle.
- b) En déduire que $OA = OB = OC$. Que représente O pour le triangle ABC ?

**Exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux**

- a) Un carré est un losange.
- b) Un losange est un rectangle.
- c) Un quadrilatère qui a quatre côtés égaux est un losange.
- d) Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur est un carré.
- e) Un rectangle dont deux côtés consécutifs sont égaux est un carré.