MATHÉMATIQUES

Triangles et quadrilatères

Cinquième

Angles alternes-internes • Angles correspondants • Somme des angles • Médiatrice • Hauteur • Médiane • Cercle circonscrit • Aire du triangle • Parallélogramme • Rectangle, losange, carré

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques du cycle 4** (BO du 5 mars 2026, applicable en cinquième depuis la rentrée 2026), parties « Angles », « Triangles » et « Parallélogrammes » (cinquième). Il couvre :

- vocabulaire des angles ; angles alternes-internes et correspondants ; caractérisation du parallélisme ;
- somme des angles d'un triangle (démonstration) ; construction de triangles ;
- médiatrices et cercle circonscrit ; hauteurs (concourantes) ; médianes ; aire d'un triangle ; une médiane partage le triangle en deux triangles de même aire ;
- parallélogramme : définition, propriétés caractéristiques des côtés et des diagonales ; rectangle, losange, carré ; aire du parallélogramme.

Objectif : caractériser le parallélisme par les angles, démontrer et utiliser la somme des angles d'un triangle, tracer les droites remarquables, et connaître les propriétés des parallélogrammes et leurs aires.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Angles et parallélisme **3**

2 Somme des angles d'un triangle **3**

3 Droites remarquables du triangle **4**

4 Parallélogrammes **4**

5 Erreurs classiques **5**

6 Fiche de synthèse **5**

7 Exercices d'application **5**

8 Corrigés des exercices **6**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

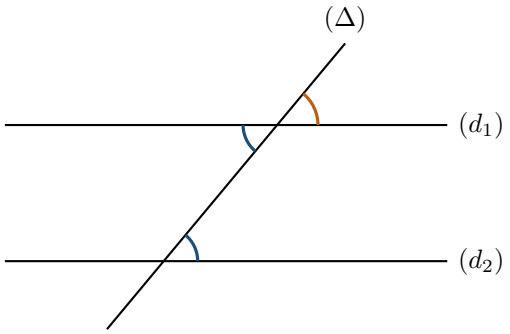
1. Angles et parallélisme

Vocabulaire

Angle **nul** (0°), **droit** (90°), **plat** (180°), **plein** (360°) ; deux angles sont **adjacents** s'ils ont le même sommet, un côté commun, et sont de part et d'autre ; **supplémentaires** si leur somme vaut 180° ; **opposés par le sommet** s'ils sont formés par deux droites sécantes (ils sont égaux).

Angles alternes-internes, correspondants

Deux droites (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (Δ). Les angles marqués ci-dessous en bleu sont **alternes-internes** (entre les deux droites, de part et d'autre de la sécante) ; les angles en orange sont **correspondants** (même position aux deux intersections).



Parallélisme et angles

— Si deux droites sont parallèles, alors les angles alternes-internes (et les angles correspondants) qu'elles forment avec une sécante sont égaux.

— Réciproquement, si deux angles alternes-internes (ou correspondants) sont égaux, alors les droites sont parallèles.

2. Somme des angles d'un triangle

Somme des angles

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut $\boxed{180°}$.

Démonstration. Dans le triangle ABC, on trace la parallèle à (BC) passant par A. Les angles alternes-internes formés avec les sécantes (AB) et (AC) sont égaux à $\widehat{B}$ et à $\widehat{C}$. Avec $\widehat{A}$, ils forment un angle plat : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

Si $\widehat{A} = 48°$ et $\widehat{B} = 75°$, alors $\widehat{C} = 180° - 48° - 75° = 57°$. Un triangle équilatéral a trois angles de 60° ; un triangle rectangle isocèle a deux angles de 45°.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

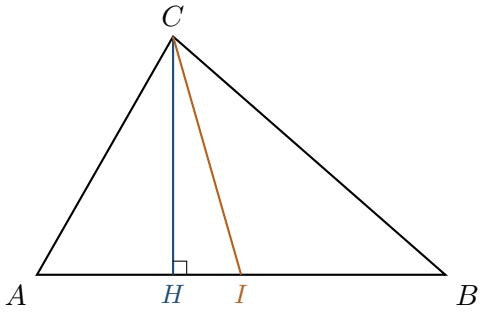
3. Droites remarquables du triangle

Médiatrice

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu ; ses points sont à égale distance des extrémités. Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un point, centre du **cercle circonscrit** (qui passe par les trois sommets). Dans un triangle rectangle, ce centre est le milieu de l'hypoténuse.

Hauteur, médiane

Une **hauteur** est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé ; les trois hauteurs sont concourantes. Une **médiane** relie un sommet au milieu du côté opposé.



En bleu, la hauteur issue de C ; en orange, la médiane issue de C (I milieu de $[AB]$).

Aire d'un triangle

$$\boxed{\text{aire} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}}$$

où la hauteur est la longueur du segment perpendiculaire à la base, issu du sommet opposé. Ci-dessus : $\frac{AB \times CH}{2} = \frac{6 \times 3{,}5}{2} = 10{,}5$ unités d'aire.

Médiane et aires

Une médiane partage le triangle en deux triangles de même aire : les triangles AIC et IBC ont des bases égales ($AI = IB$) et la même hauteur CH.

4. Parallélogrammes

Parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Propriétés caractéristiques

Un quadrilatère (non croisé) est un parallélogramme si et seulement si :

- ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux ; ou
- ses diagonales ont le même milieu.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Parallélogrammes particuliers

- **Rectangle** : parallélogramme avec un angle droit ; ses diagonales ont la même longueur.
- **Losange** : parallélogramme avec deux côtés consécutifs égaux ; ses diagonales sont perpendiculaires.
- **Carré** : à la fois rectangle et losange.

Aire d'un parallélogramme

aire = base × hauteur (la hauteur est perpendiculaire à la base). Un parallélogramme de base 8 cm et de hauteur 5 cm a une aire de 40 cm^2.

5. Erreurs classiques

À éviter

- Utiliser l'égalité des angles alternes-internes sans savoir que les droites sont parallèles.
- Prendre un côté oblique comme hauteur dans le calcul d'une aire.
- Oublier de diviser par 2 pour l'aire du triangle.
- Confondre médiane (milieu du côté opposé) et hauteur (perpendiculaire au côté opposé).

6. Fiche de synthèse

Parallélisme	droites parallèles $\iff$ angles alternes-internes égaux
Triangle	somme des angles 180° ; aire $\frac{b\times h}{2}$
Droites remarquables	médiatrices (cercle circonscrit), hauteurs, médianes
Parallélogramme	côtés opposés égaux, ou diagonales de même milieu ; aire $b \times h$
Particuliers	rectangle (diagonales égales), losange (perpendiculaires), carré

7. Exercices d'application

Exercice 1 – Angles

Dans un triangle isocèle, l'angle principal mesure 40°. Calculer les deux autres angles.

Exercice 2 – Parallèles

Deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de 72° et 72°. Que peut-on dire des droites ?

Exercice 3 – Aires

Calculer l'aire d'un triangle de base 9 cm et de hauteur 4 cm, puis celle d'un parallélogramme de base 7,5 cm et de hauteur 4 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Nature

Un quadrilatère a des diagonales de même milieu et de même longueur. Quelle est sa nature ?

8. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. $(180° - 40°) \div 2 = 70°$ chacun.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. Les angles alternes-internes sont égaux, donc les droites sont parallèles.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. $\dfrac{9 \times 4}{2} = 18$ cm^2 ; $7{,}5 \times 4 = 30$ cm^2.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé. Diagonales de même milieu : parallélogramme ; de même longueur : c'est un rectangle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).