Plaquette 5 – Suites de motifs

Initiation à l’algèbre — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compter, ranger, prévoir.

— On compte les carreaux des premiers motifs et on range les nombres dans un tableau.

— On regarde ce qui change d’un motif au suivant : par exemple « +2 carreaux à chaque fois ».

— Pour un motif lointain, on observe **comment il est fait** : le motif n en L a une colonne de n carreaux et une ligne de n carreaux, avec le coin compté une seule fois.

$$10 + 10 - 1 = 19$$

— Dans une suite qui **se répète** (rond, carré, carré, rond…), on cherche la longueur du bloc qui revient, puis on utilise la division.

Correction de l’exercice 1 – L’escalier

On compte : motif 1 : 1 carreau ; motif 2 : $1 + 2 = 3$; motif 3 : $1 + 2 + 3 = 6$.

— Chaque motif ajoute une colonne un peu plus haute : le motif 4 ajoute une colonne de 4.

— Motif 4 : $6 + 4 = 10$ carreaux. Motif 5 : $10 + 5 = 15$ carreaux.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

— On n’ajoute pas toujours le même nombre : +2, +3, +4, +5.

Réponse. 10 et 15 carreaux.

Correction de l’exercice 2 – Les motifs en L

On compte : motif 2 : 3 ; motif 3 : 5 ; motif 4 : 7. On ajoute 2 à chaque fois.

— Motif 5 : $7 + 2 = 9$ carreaux.

— Motif 10 : une colonne de 10 carreaux et une ligne de 10, le coin étant commun.

$$10 + 10 - 1 = 19$$

— Le motif 10 a 19 carreaux (on vérifie : 9, 11, 13, 15, 17, 19 pour les motifs 5 à 10).

Réponse. 9 et 19 carreaux.

Correction de l’exercice 3 – Les croix

On compte : 5, 9, 13. Chaque croix a un carreau central et quatre bras ; chaque bras s’allonge de 1, donc on ajoute 4.

— Croix 4 : $13 + 4 = 17$ carreaux.

— Croix 10 : quatre bras de 10 carreaux et le centre.

$$1 + 4 \times 10 = 41$$

— Vérification pour la croix 3 : $1 + 4 \times 3 = 13$. C’est juste.

Réponse. 17 et 41 carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 4 – Les rectangles

Le motif n a 2 rangées de n carreaux : 2, 4, 6…

— Motif 10 : $2 \times 10 = 20$ carreaux.
— Pour 30 carreaux : $2 \times \ldots = 30$, on trouve 15.

$$2 \times 15 = 30$$

— **Phrase réponse** : le motif 10 a 20 carreaux, et c'est le motif 15 qui a 30 carreaux.

Réponse. 20 carreaux ; motif 15.

Correction de l'exercice 5 – Les allumettes

À chaque carré ajouté, on ne pose que 3 allumettes, car un côté existe déjà.

— La suite est $4, 7, 10, \ldots$: on ajoute 3.
— De 1 à 10 carrés, on ajoute 9 fois 3 allumettes.

$$4 + 9 \times 3 = 31$$

— Autre façon : 1 allumette de départ, puis 3 par carré : $1 + 10 \times 3 = 31$.
— **Phrase réponse** : il faut 31 allumettes.

Réponse. 31 allumettes.

Correction de l'exercice 6 – Une frise qui se répète

Le bloc « rond, carré, carré » a 3 formes et se répète.

— $20 = 3 \times 6 + 2$: après 6 blocs complets (18 formes), la 20^{e} forme est la 2^{e} du bloc suivant : un **carré**.
— $30 = 3 \times 10$: il y a 10 blocs complets, donc 10 ronds.

$$20 = 3 \times 6 + 2$$

— Le reste de la division indique la place dans le bloc.

Réponse. Un carré ; 10 ronds.

Correction de l'exercice 7 – Les carrés pleins

Le motif n est un carré de n rangées de n carreaux.

— Motifs 1, 2, 3 : $1 \times 1 = 1$; $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$.
— Motif 4 : $4 \times 4 = 16$. Motif 5 : $5 \times 5 = 25$.

$$5 \times 5 = 25$$

— Les écarts sont 3, 5, 7, 9 : ce sont les nombres impairs.

Réponse. 16 et 25 carreaux.

Correction de l'exercice 8 – Dessiner le motif suivant

Le motif n est le tour d'un carré de $n + 2$ carreaux de côté : 8, 12, 16 carreaux (on ajoute 4).

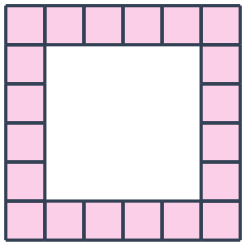
— Le motif 4 est le tour d'un carré de 6 carreaux de côté.
— Côtés du haut et du bas : $6 + 6$; côtés gauche et droit sans les coins : $4 + 4$.

$$6 + 6 + 4 + 4 = 20$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— On retrouve bien $16 + 4 = 20$ carreaux.

Réponse. 20 carreaux.



motif 4

Le motif 4 : un cadre de 6 carreaux de côté

Correction de l'exercice 9 – Quel motif ?

On remonte le calcul : $4 \times n + 4 = 48$.

— On enlève 4 : $4 \times n = 44$.

— On divise par 4 : $n = 11$.

$$4 \times 11 + 4 = 48$$

— Vérification avec le dessin : le motif 11 est le tour d'un carré de 13 carreaux, soit $13 + 13 + 11 + 11 = 48$.

— **Phrase réponse** : c'est le motif 11.

Réponse. Le motif 11.

Correction de l'exercice 10 – Les tables de la cantine

Chaque table ajoutée apporte 2 places (une devant, une derrière) : $4, 6, 8, \ldots$

— Avec 10 tables : 10 places d'un côté, 10 de l'autre, et 1 à chaque bout.

$$10 + 10 + 2 = 22$$

— Vérification avec 3 tables : $3 + 3 + 2 = 8$.

— **Phrase réponse** : 22 personnes peuvent s'asseoir autour de 10 tables.

Réponse. 22 personnes.

Correction de l'exercice 11 – Une suite de nombres qui se répète

Le bloc « $1, 2, 3$ » se répète ; il contient 3 nombres de somme 6.

a) $50 = 3 \times 16 + 2$: après 16 blocs, le 50^{e} nombre est le 2^{e} du bloc : 2.

b) 30 nombres forment 10 blocs, donc la somme vaut 10×6.

$$10 \times 6 = 60$$

— Vérification a) : les places 48, 49, 50 contiennent 3, 1, 2.

Réponse. a) 2 · b) 60.

Correction de l'exercice 12 – Le grand escalier

Le motif 10 a des colonnes de $1, 2, 3, \ldots, 10$ carreaux. Il faut calculer $1 + 2 + \ldots + 10$.

— Astuce : on regroupe par deux, $1 + 10$, $2 + 9$, $3 + 8$, $4 + 7$, $5 + 6$: 5 paires de 11.

$$5 \times 11 = 55$$

— Vérification pas à pas : $15, 21, 28, 36, 45, 55$ pour les motifs 5 à 10.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Phrase réponse** : il faut 55 carreaux.

Réponse. 55 carreaux.

Correction de l’exercice 13 – Le collier de perles

Le bloc « bleue, bleue, rouge » compte 3 perles.

— $40 = 3 \times 13 + 1$: 13 blocs complets, puis 1 perle de plus.
— Chaque bloc a 1 rouge : 13 perles rouges.
— La 40^{e} perle est la 1^{re} d’un nouveau bloc : elle est **bleue**.

$$3 \times 13 + 1 = 40$$

— **Phrase réponse** : il y a 13 perles rouges, et la dernière est bleue.

Réponse. 13 rouges ; la dernière est bleue.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

Le motif n a une colonne de n et une ligne de n carreaux, le coin compté une fois : $n + n - 1$.

a) **Vrai** : $6 + 6 - 1 = 11$.
b) **Vrai** : $n + n$ est pair, et en enlevant 1 on obtient un impair.
c) **Faux** :

$$20 + 20 - 1 = 39$$

— L’erreur serait d’oublier que le coin est commun à la colonne et à la ligne.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux (39).

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : les motifs en T

a) Motif 1 : $3 + 1 = 4$; motif 2 : $5 + 2 = 7$; motif 3 : $7 + 3 = 10$. On ajoute 3 carreaux : 2 à la barre, 1 au pied.
b) Motif 10 : une barre de 21 carreaux et un pied de 10 : 31 carreaux.
c) Le motif n a $3 \times n + 1$ carreaux ; on remonte : $40 - 1 = 39$, $39 \div 3 = 13$.

$$3 \times 13 + 1 = 40$$

— **Phrase réponse** : c’est le motif 13 qui a 40 carreaux.

Réponse. a) $4, 7, 10$ (+3) · b) 31 · c) motif 13.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).