Plaquette 5 – Jeux et problèmes de hasard

Les probabilités — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Jeux et hasard.

— Jeu équitable : chaque joueur a le même nombre d'issues gagnantes (issues équiprobables).

$$\text{issues de Léo} = \text{issues de Zoé} \quad \Rightarrow \quad \text{équitable}$$

— Pour rendre un jeu équitable : changer les couleurs, les secteurs ou la règle pour égaliser.

— Tirage **avec remise** : on remet la boule, les chances restent les mêmes à chaque tirage. **Sans remise** : le contenu de l'urne change.

— Pour être **sûr** d'obtenir quelque chose, on envisage le pire cas (toutes les « mauvaises » boules d'abord).

Correction de l'exercice 1 – Un jeu équitable ?

On compte les secteurs (tous égaux) de chaque joueur.

— Rouge (Ali) : 4 secteurs. Bleu (Bea) : 2 secteurs.

$$4 \neq 2$$

— Ali a deux fois plus de chances : le jeu **n'est pas équitable**.

— Pour le rendre équitable, il faut 3 secteurs chacun : on recolorie **un** secteur rouge en bleu ($3 + 3 = 6$).

Réponse. Non (4 contre 2) ; recolorier un secteur rouge en bleu.

Correction de l'exercice 2 – Expérimenter

Dans l'urne, il y a 3 rouges pour 1 bleue : on s'attend à tirer rouge environ 3 fois plus souvent que bleu.

— Hugo a obtenu 16 rouges et 4 bleues :

$$4 + 4 + 4 + 4 = 16 \qquad 16 + 4 = 20$$

— Il a tiré rouge 4 fois plus souvent que bleu : c'est un peu plus que 3 fois, mais c'est très normal avec seulement 20 tirages. Le résultat **n'est pas surprenant** : le rouge sort bien beaucoup plus souvent.

Réponse. Non : le rouge sort beaucoup plus souvent, comme prévu.

Correction de l'exercice 3 – Deviner le contenu de l'urne

Les possibilités, avec 4 boules : 4 R, 3 R et 1 B, 2 R et 2 B, 1 R et 3 B, 4 B.

— Il y a eu des bleues : ce n'est pas « 4 R ». Il y a eu des rouges : ce n'est pas « 4 B ».

— Le rouge sort environ 3 fois plus souvent que le bleu : $26 + 26 + 26 = 78$, proche de 74.

$$74 + 26 = 100$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le plus vraisemblable : 3 **rouges et** 1 **bleue**. Avec 2 et 2, on aurait environ autant de rouges que de bleues ; avec 1 R et 3 B, plus de bleues. On ne peut pas en être absolument sûr, mais c'est de loin le plus probable.

Réponse. 3 rouges et 1 bleue (très probablement).

Correction de l'exercice 4 – La tombola

a) 3 billets gagnants sur 30 : très peu. Léa a **peu de chances** de gagner, mais c'est possible.

b) Non : ses 10 billets peuvent tous être perdants, car il y a $30 - 3 = 27$ billets perdants.

c) Dans le pire des cas, on achète d'abord les 27 perdants. Le billet suivant est forcément gagnant :

$$27 + 1 = 28 \text{ billets}$$

— Il faut acheter 28 billets pour être sûr d'en avoir au moins un gagnant.

Réponse. a) peu probable · b) non · c) 28 billets.

Correction de l'exercice 5 – Les chaussettes dans le noir

On imagine le cas le moins favorable.

— Avec 2 chaussettes, il peut avoir une rouge et une noire : pas de paire.
— Avec 3 chaussettes : il n'y a que 2 couleurs, donc au moins deux des trois sont de la même couleur.

$$3 \text{ chaussettes} > 2 \text{ couleurs}$$

— Il doit prendre 3 **chaussettes**. C'est certain, quelles que soient les chaussettes tirées.

Réponse. 3 chaussettes.

Correction de l'exercice 6 – Être sûr d'avoir une rouge

On pense au pire cas : tirer d'abord toutes les noires.

— Les 4 premières billes peuvent être les 4 noires.
— La 5^{e} bille est alors forcément rouge (il ne reste que des rouges).

$$4 + 1 = 5 \text{ billes}$$

— Il faut tirer 5 **billes**. Avec 4 billes seulement, on pourrait n'avoir que des noires.

Réponse. 5 billes.

Correction de l'exercice 7 – Fabriquer une roue

Le bleu et le jaune ont le même nombre de secteurs ; le rouge en a deux fois plus que le bleu.

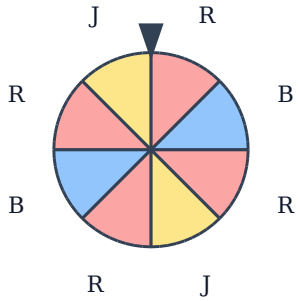
— Si le bleu a 1 secteur : jaune 1, rouge 2, total 4. Trop peu.
— Si le bleu a 2 secteurs : jaune 2, rouge $2 + 2 = 4$.

$$4 + 2 + 2 = 8$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Il faut 4 **rouges,** 2 **bleus,** 2 **jaunes**. Le rouge a alors une chance sur deux (4 secteurs sur 8).

Réponse. 4 rouges, 2 bleus, 2 jaunes.



Une roue qui convient

Correction de l’exercice 8 – Qui a raison ?

Il ne suffit pas de compter les rouges : il faut les comparer aux autres boules.

— Urne A : autant de rouges que de bleues (1 et 1) : une chance sur deux.
— Urne B : autant de rouges que de bleues (2 et 2) : une chance sur deux.

$$1 + 1 = 2 \qquad 2 + 2 = 4$$

— Dans les deux urnes, la rouge est la moitié des boules : **autant de chances**. Sam a tort : B a plus de rouges, mais aussi plus de bleues.

Réponse. Non : une chance sur deux dans les deux urnes.

Correction de l’exercice 9 – Un dé sur mesure

On construit le dé contrainte par contrainte.

— Pas de 6 sur les faces.
— La moitié des faces paires : 3 faces paires, par exemple 2, 2, 4.
— Les 3 autres faces sont impaires ; il faut plus de 1 que de 3 : par exemple 1, 1, 3.

$$\text{dé : } 1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 4$$

— Vérification : pas de 6 ; pairs 2, 2, 4 (3 faces sur 6) ; « 1 » sur 2 faces, « 3 » sur 1 face. D’autres dés conviennent (par exemple 1, 1, 1, 2, 4, 4).

Réponse. Par exemple 1, 1, 2, 2, 3, 4.

Correction de l’exercice 10 – Répondre au hasard

a) Deux réponses possibles, une seule juste, choisies au hasard : **une chance sur deux**.

b) Trois réponses, une seule juste : 1 réponse juste pour 2 fausses.

$$1 < 2$$

— La réponse juste est moins probable qu’une réponse fausse : Léo a **moins d’une chance sur deux** d’avoir juste. Répondre au hasard est encore moins efficace quand il y a plus de choix.

Réponse. a) une chance sur deux · b) moins d’une chance sur deux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 11 – Avec ou sans remise

a) **Avec remise** : l’urne contient de nouveau 1 rouge et 1 bleue. Tirer la bleue a **une chance sur deux**, comme au début.

b) **Sans remise** : la rouge est sortie, il ne reste que la bleue.

$$1 + 1 - 1 = 1 \text{ boule, bleue}$$

— Tirer la bleue est alors **certain**. Ne pas remettre la boule change le contenu de l’urne, donc les chances.

Réponse. a) une chance sur deux · b) certain.

Correction de l’exercice 12 – Le sac de lettres

a) 7 consonnes contre 5 voyelles : tirer une **consonne** est plus probable.

$$7 > 5$$

b) Il faut autant de voyelles que de consonnes, soit 7 voyelles. On en a 5 :

$$7 - 5 = 2 \text{ voyelles à ajouter}$$

— Le sac aura alors 14 jetons, 7 de chaque sorte : une chance sur deux pour chacun.

Réponse. a) une consonne · b) 2 voyelles.

Correction de l’exercice 13 – Les mots du hasard

On associe chaque expression de la vie courante au bon mot.

a) « De fortes chances » : **très probable**.
b) « Aucune chance » : **impossible**.
c) « Pile comme face » : **une chance sur deux**.
d) « Forcément » : **certain**.

$$\text{impossible} < \text{peu probable} < \text{une chance sur deux} < \text{très probable} < \text{certain}$$

Réponse. a) très probable · b) impossible · c) une chance sur deux · d) certain.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** (si les issues sont équiprobables).

b) **Vrai** : avec 10 lancers de pièce, on peut avoir 7 piles ; avec 1 000 lancers, on sera proche de 500.

c) **Faux** : sans remise, le contenu de l’urne change (exercice 11).

d) **Faux** : c’est possible, pas certain, tant qu’il reste d’autres couleurs.

$$1\,000 \text{ lancers} \to \text{environ } 500 \text{ piles}$$

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) faux.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : organiser un jeu pour la fête

a) Une chance sur deux : la moitié des 10 secteurs, $5 + 5 = 10$, donc 5 **secteurs P**.

b) Il reste $10 - 5 = 5$ secteurs pour G et X. G doit être peu probable : par exemple 1 secteur G et 4 secteurs X.

$$5 + 1 + 4 = 10$$

c) Gagner quelque chose : $5 + 1 = 6$ secteurs ; perdre : 4 secteurs. $6 > 4$: il est **plus probable de gagner** quelque chose. (Avec 2 G et 3 X, ce serait encore plus vrai ; avec 1

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

G et 4 X, gagner a plus d’une chance sur deux.)

Réponse. a) 5 · b) par exemple 1 G et 4 X · c) oui, 6 secteurs contre 4.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).