Plaquette 4 – Une chance sur deux, issues équiprobables

Les probabilités — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Une chance sur deux.

— Issues équiprobables : chaque issue a la même chance (dé équilibré, pièce, secteurs égaux, boules identiques).

— Une chance sur deux : l'événement est réalisé par la moitié des objets.

$$\text{objets favorables} + \text{objets favorables} = \text{nombre total d'objets}$$

— Exemples : pile avec une pièce ; un nombre pair avec un dé (3 faces sur 6) ; une rouge dans une urne de 3 rouges et 3 bleues.

— Plus de la moitié des objets : **plus** d'une chance sur deux (plus probable que l'inverse). Moins de la moitié : **moins** d'une chance sur deux.

Correction de l'exercice 1 – Pile ou face

La pièce a 2 côtés, et aucun n'est avantagé : pile et face ont les mêmes chances, les issues sont **équiprobables**.

— Pile est réalisé par 1 issue sur 2, la moitié.

$$1 + 1 = 2$$

— Obtenir pile a **une chance sur deux**. Obtenir face aussi.

— C'est pour cela qu'on tire à pile ou face pour décider équitablement (qui commence un match, par exemple).

Réponse. Une chance sur deux ; oui, les issues sont équiprobables.

Correction de l'exercice 2 – Pair ou impair

Les 6 faces sont équiprobables.

— Pairs : 2, 4, 6, soit 3 faces. Impairs : 1, 3, 5, soit 3 faces.

$$3 + 3 = 6$$

— Chacun des deux événements est réalisé par la moitié des faces : **une chance sur deux** pour « pair », une chance sur deux pour « impair ».

Réponse. Une chance sur deux chacun.

Correction de l'exercice 3 – L'urne moitié-moitié

Il y a 6 boules identiques : chacune a la même chance d'être tirée.

— Boules rouges : 3, c'est la moitié de 6.

$$3 + 3 = 6$$

— Tirer une rouge a **une chance sur deux**. Tirer une bleue aussi : rouge et bleu sont équiprobables ici. Si on ajoutait une boule rouge, ce ne serait plus vrai : 4 rouges contre 3 bleues.

Réponse. Une chance sur deux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Plus d’une chance sur deux

L’urne contient 6 boules ; la moitié de 6 est 3.

— Il y a 4 rouges, plus que la moitié.

$$4 > 3$$

— Tirer une rouge a **plus d’une chance sur deux** : c’est plus probable que tirer une bleue. Tirer une bleue a moins d’une chance sur deux ($2 < 3$).

Réponse. Plus d’une chance sur deux.

Correction de l’exercice 5 – La roue à quatre couleurs

a) Les 4 secteurs ont la même taille et chaque couleur a un secteur : les couleurs sont **équiprobables**.

b) « Rouge ou bleu » : 2 secteurs sur 4, la moitié.

$$2 + 2 = 4$$

— « Rouge ou bleu » a **une chance sur deux**. De même que « jaune ou vert ».

Réponse. a) oui · b) une chance sur deux.

Correction de l’exercice 6 – Équiprobable ou pas ?

Des issues sont équiprobables si elles ont toutes les mêmes chances.

a) Rouge : 2 secteurs ; bleu : 1 secteur. Rouge a plus de chances : **pas équiprobables**.

b) 2 jaunes et 2 vertes : **équiprobables**.

c) Le plomb fait tomber le dé plus souvent sur la face opposée : **pas équiprobables** (dé truqué).

$$\text{a) } 2 \neq 1 \qquad \text{b) } 2 = 2$$

Réponse. a) non · b) oui · c) non.

Correction de l’exercice 7 – Les cartes de 1 à 8

La moitié de 8 est 4 ($4 + 4 = 8$). On compte les cartes favorables.

a) 2, 4, 6, 8 : 4 cartes : **une chance sur deux**.

b) 6, 7, 8 : 3 cartes, $3 < 4$: **moins** d’une chance sur deux.

c) 1 à 6 : 6 cartes, $6 > 4$: **plus** d’une chance sur deux.

$$4 = 4 \qquad 3 < 4 \qquad 6 > 4$$

Réponse. a) une chance sur deux · b) moins · c) plus.

Correction de l’exercice 8 – Fabriquer une urne

a) Il faut que les bleues soient la moitié des boules :

$$5 + 5 = 10$$

Il faut 5 bleues (et 5 rouges).

b) Avec 7 boules, la moitié n’est pas un nombre entier : $3 + 3 = 6$ et $4 + 4 = 8$. On ne peut pas partager 7 boules en deux groupes égaux. Avec 3 bleues, c’est moins d’une chance sur deux ; avec 4, c’est plus. **Impossible** avec 7 boules.

Réponse. a) 5 bleues · b) non : 7 ne se partage pas en deux moitiés égales.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – Décider à pile ou face

Une règle est équitable si chacun a **une chance sur deux**.

a) Pile ou face : une chance sur deux chacun. **Équitable.**
b) Léo : 1, 2, 3 (3 faces) ; Zoé : 4, 5, 6 (3 faces). **Équitable.**
c) Léo : 1 face ; Zoé : 5 faces. **Pas équitable** : Zoé commencera presque toujours.

$$\text{b) } 3 = 3 \qquad \text{c) } 1 \neq 5$$

Réponse. a) et b) sont équitables ; c) ne l’est pas.

Correction de l’exercice 10 – Une roue juste pour deux

Chacun doit avoir la moitié des secteurs :

$$4 + 4 = 8$$

— Il faut 4 **secteurs rouges et** 4 **bleus**.
— L’ordre n’a pas d’importance : alternés ou non, chaque secteur a la même chance. La roue dessinée, avec les couleurs mélangées, est juste ; une roue avec 4 rouges côte à côte puis 4 bleus le serait aussi.

Réponse. 4 rouges et 4 bleus ; l’ordre n’a pas d’importance.

Correction de l’exercice 11 – Plus ou moins de la moitié

La moitié de 6 faces est 3.

— A : au moins 3, c’est 3, 4, 5, 6 : 4 faces, $4 > 3$: **plus** d’une chance sur deux.
— B : 2 faces, $2 < 3$: **moins** d’une chance sur deux.
— C : 1, 3, 5 : 3 faces : **une chance sur deux**.

$$4 > 3 \qquad 2 < 3 \qquad 3 = 3$$

— Remarque : « au moins 3 » veut dire « 3 ou plus ».

Réponse. A : plus · B : moins · C : une chance sur deux.

Correction de l’exercice 12 – Voyelles et consonnes

Les 6 jetons : B, A, L, L, O, N.

— Voyelles : A, O, soit 2 jetons. Consonnes : B, L, L, N, soit 4 jetons.

$$2 + 4 = 6 \qquad 2 < 3$$

— La moitié de 6 est 3 : 2 voyelles, c’est moins que la moitié. Tirer une voyelle a **moins d’une chance sur deux**. Tirer une consonne a plus d’une chance sur deux.

Réponse. Non : moins d’une chance sur deux (2 jetons sur 6).

Correction de l’exercice 13 – Les résultats de la classe

La classe a fait en tout :

$$148 + 152 = 300 \text{ lancers}$$

— La moitié de 300 est 150. On a obtenu 148 piles et 152 faces : c’est très proche de 150 chacun.
— C’est ce qu’on attend quand pile et face ont une chance sur deux : avec beaucoup de lancers, on obtient environ autant de piles que de faces, mais rarement exactement autant.
— La pièce n’a donc pas l’air truquée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Environ la moitié chacun (150) : cohérent avec une chance sur deux.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : 6 est une face sur six, bien moins que la moitié.

b) **Vrai** : 1 côté sur 2.

c) **Faux** : sur 10 lancers, on peut avoir 4 ou 7 piles. C’est seulement sur un très grand nombre de lancers que l’on se rapproche de la moitié.

d) **Vrai** : 5 et 5.

$$5 + 5 = 10$$

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le jeu des deux dés

a) Règle 1 : Léo 4 faces, Zoé 2 faces : **Léo** est avantagé. Règle 2 : 3 faces chacun : **une chance sur deux** chacun. Règle 3 : 2 faces chacun, et les 2 autres ne comptent pas : **équitable** aussi.

règle 1 : $4 \neq 2$ règle 2 : $3 = 3$ règle 3 : $2 = 2$

b) Il faut que Léo et Zoé aient chacun 3 faces : par exemple Léo gagne avec 1, 2 ou 3, Zoé avec 4, 5 ou 6.

Réponse. a) règle 1 : Léo ; règles 2 et 3 : équitables · b) Léo : 1, 2, 3 ; Zoé : 4, 5, 6.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).