Plaquette 5 – Assemblages de cubes : plans codés et vues

Repérage et déplacements — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Plan codé et vues.

— Nombre de cubes de l’assemblage :

$$\text{nombre de cubes} = \text{somme des nombres du plan codé}$$

— Vue de dessus : la forme des cases du plan (sans les nombres).

— Vue de face : pour chaque colonne du plan (de gauche à droite), une pile de carrés de hauteur égale au **plus grand** nombre de la colonne.

— Vue de droite : pour chaque rangée (de devant à derrière), une pile égale au plus grand nombre de la rangée.

— Deux assemblages différents peuvent avoir la même vue de face : il faut plusieurs vues pour décrire un assemblage.

Correction de l’exercice 1 – Lire un plan codé

Chaque nombre indique la hauteur de la pile de cubes à cet endroit.

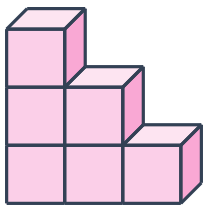
— À gauche, une pile de 3 cubes ; au milieu, 2 ; à droite, 1.

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ cubes}$$

— L’assemblage est un **escalier** à trois marches, qui descend vers la droite.

— Le plan codé contient toutes les informations : on peut reconstruire l’assemblage exactement.

Réponse. 6 cubes : un escalier de 3 marches.



L'assemblage correspondant

Correction de l’exercice 2 – Du dessin au plan codé

Vu du dessus, l’escalier occupe 2 rangées de 3 cases. Dans chaque rangée, les piles ont 3, 2 et 1 cube.

— Rangée de devant : $3 \cdot 2 \cdot 1$. Rangée de derrière : $3 \cdot 2 \cdot 1$.

$$(3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) = 6 + 6 = 12 \text{ cubes}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le plan codé fait apparaître les cubes cachés de la rangée de derrière, qu'on ne voit pas sur le dessin.

Réponse. Deux rangées « 3 2 1 » ; 12 cubes.

3	2	1
3	2	1

Le plan codé : deux rangées identiques

Correction de l'exercice 3 – Compter avec le plan

On additionne tous les nombres, rangée par rangée.

— Rangée de devant (en bas) : 1 + 1 + 1 = 3.
— Rangée du milieu : 3 + 2 + 1 = 6.
— Rangée de derrière (en haut) : 2 + 1 + 0 = 3.

$$3 + 6 + 3 = 12 \text{ cubes}$$

— Le 0 signifie qu'il n'y a aucun cube à cet endroit : la case est vide.

Réponse. 12 cubes.

Correction de l'exercice 4 – La vue de face

De face, dans chaque colonne du plan, on voit la pile la plus haute ; celle de derrière peut dépasser celle de devant.

— Colonne de gauche : devant 2, derrière 1 : on voit 2 carrés.
— Colonne du milieu : devant 1, derrière 3 : on voit 3 carrés (la pile de derrière dépasse).
— Colonne de droite : devant 1, derrière 2 : on voit 2 carrés.

$$2 + 3 + 2 = 7 \text{ carrés}$$

— L'assemblage, lui, a 2 + 1 + 1 + 1 + 3 + 2 = 10 cubes : la vue de face n'en montre pas le nombre.

Réponse. Trois piles de 2, 3, 2 carrés : 7 carrés.

Correction de l'exercice 5 – La vue de droite

De droite, on regarde le long des rangées : dans chaque rangée, la pile la plus haute cache les autres.

— Rangée de devant : 2, 1, 1 : la plus haute a 2 cubes.
— Rangée de derrière : 1, 3, 2 : la plus haute a 3 cubes.

$$2 + 3 = 5 \text{ carrés}$$

— Vue de droite : deux piles côte à côte, 2 carrés (devant, à gauche du dessin) et 3 carrés (derrière, à droite du dessin).

Réponse. Deux piles de 2 et 3 carrés : 5 carrés.

Correction de l'exercice 6 – Le grand cube

Le plan a 2 rangées de 2 cases, et chaque pile a 2 cubes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ cubes}$$

— L’assemblage a 2 cubes de large, 2 de profondeur et 2 de haut : c’est un **grand cube** fait de 8 petits cubes.
— Ses vues de face, de dessus et de droite sont les mêmes : un carré de 2 sur 2.

Réponse. Un grand cube de 2 sur 2 sur 2 : 8 cubes.

Correction de l’exercice 7 – Il manque des cubes

On additionne les nombres du plan :

$$1 + 2 + 2 + 2 = 7 \text{ cubes}$$

— Le grand cube $2 \times 2 \times 2$ en compte 8 : il manque $8 - 7 = 1$ cube.
— Il se place là où la pile n’a qu’un cube : devant, à gauche (le 1 devient 2).
— Contrôle : le nouveau plan est « 2 2 » devant et « 2 2 » derrière, $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ cubes.

Réponse. 7 cubes ; ajouter 1 cube devant à gauche.

Correction de l’exercice 8 – Même vue de face

Vue de face : dans chaque colonne, la pile la plus haute.

— Léa : 3, 2, 1. Tom : colonne de gauche 3 (devant) et 1 (derrière), on voit 3 ; de même 2 et 1. Les deux vues de face sont le même escalier.
— Nombre de cubes :

$$\text{Léa : } 3 + 2 + 1 = 6 \qquad \text{Tom : } 6 + 1 + 1 + 1 = 9$$

— Même vue de face, mais pas le même nombre de cubes : la rangée de derrière de Tom est cachée de face. Il faut aussi la vue de dessus pour les distinguer.

Réponse. Même vue de face ; Léa 6 cubes, Tom 9.

Correction de l’exercice 9 – Le plan de l’escalier

Vu du dessus, l’escalier occupe 4 cases en ligne ; on écrit dans chacune la hauteur de la pile.

— De gauche à droite : 4, 3, 2, 1.

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ cubes}$$

— Le plan codé est « 4 3 2 1 ». Un escalier de 5 marches aurait $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ cubes.

Réponse. « 4 3 2 1 » : 10 cubes.



Le plan codé

Correction de l’exercice 10 – Deux vues pour un plan

La vue de dessus dit que l’assemblage n’a qu’une rangée de 3 piles. Comme il n’y a qu’une rangée, rien n’est caché de face : chaque pile vue de face est une vraie pile.

— De gauche à droite, les piles ont 1, 2 et 3 cubes. Plan codé : « 1 2 3 ».

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$1 + 2 + 3 = 6 \text{ cubes}$$

— C’est un escalier qui **monte** vers la droite. Avec plusieurs rangées, les deux vues ne suffiraient pas toujours : des cubes pourraient être cachés derrière.

Réponse. « 1 2 3 » : 6 cubes.

Correction de l’exercice 11 – Un plan en L

On additionne les nombres ; les 0 ne comptent pas.

$$(3 + 2 + 1) + (2 + 0 + 0) + (1 + 0 + 0) = 6 + 2 + 1 = 9 \text{ cubes}$$

— Vue de dessus : les cases non vides forment la rangée de devant (3 cases) et la colonne de gauche (3 cases, dont une commune), soit 5 cases en forme de **L**.

— La pile la plus haute (3 cubes) est dans le coin, là où les deux branches du L se rejoignent.

Réponse. 9 cubes ; vue de dessus en forme de L (5 cases).

Correction de l’exercice 12 – Du programme au plan

On suit le programme en notant la hauteur de chaque pile.

— Au départ : 3 piles d’un cube, « 1 1 1 ».

— On ajoute 2 cubes à gauche : $1 + 2 = 3$. On ajoute 1 cube au milieu : $1 + 1 = 2$. La pile de droite reste à 1.

— Plan codé : « 3 2 1 ».

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ cubes}$$

— Vérification avec le programme : $3 + 2 + 1 = 6$ cubes posés. C’est l’escalier de l’exercice 1.

Réponse. « 3 2 1 » : 6 cubes.

Correction de l’exercice 13 – La pyramide en plan codé

On écrit la hauteur de chaque pile. Rangée de devant en premier, de gauche à droite.

— Coin de devant à gauche : $1 + 1 + 1 = 3$ cubes.

— Les autres cases du carré 2×2 : $1 + 1 = 2$ cubes.

— Les autres cases du grand carré : 1 cube.

Plan codé : devant « 3 2 1 », milieu « 2 2 1 », derrière « 1 1 1 ».

$$(3 + 2 + 1) + (2 + 2 + 1) + (1 + 1 + 1) = 6 + 5 + 3 = 14$$

— Contrôle par étages : $9 + 4 + 1 = 14$ cubes.

Réponse. Devant 3 2 1, milieu 2 2 1, derrière 1 1 1 : 14 cubes.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : c’est la hauteur de la pile.

b) **Faux** : il faut additionner les nombres ; compter les cases donne seulement la vue de dessus.

c) **Vrai** : les cubes de derrière, moins hauts, sont cachés (exercice 8).

d) **Vrai** : la pile a une hauteur de 0.

$$\text{cubes} = \text{somme des nombres} \neq \text{nombre de cases}$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le château de cubes

a) On additionne les nombres :

$$(2 + 1 + 1 + 3) + (3 + 1 + 1 + 2) = 7 + 7 = 14 \text{ cubes}$$

b) Pour chaque colonne, le plus grand nombre : colonne 1 : 3 ; colonne 2 : 1 ; colonne 3 : 1 ; colonne 4 : 3. On voit deux tours de 3 et un mur de 1 entre elles :

$$3 + 1 + 1 + 3 = 8 \text{ carrés}$$

c) Le pavé a 3 étages de $4 \times 2 = 8$ cubes : $8 + 8 + 8 = 24$ cubes. Il faut en ajouter $24 - 14 = 10$.

Réponse. a) 14 cubes · b) 8 carrés · c) 10 cubes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).