Plaquette 4 – Assemblages de cubes

Les solides — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compter les cubes d’un assemblage.

— Par étages : nombre de cubes d’un étage, puis on ajoute les étages.

— Pour un pavé de cubes : un étage contient (cubes sur la longueur) × (cubes sur la largeur) cubes.

$$\text{pavé : } 3 \times 2 = 6 \text{ cubes par étage} \qquad 6 + 6 = 12 \text{ cubes pour 2 étages}$$

— Par colonnes : on additionne les hauteurs des colonnes.

— Un cube dont l’arête contient 2 cubes en contient $2 \times 2 \times 2 = 8$; si l’arête contient 3 cubes : $3 \times 3 \times 3 = 27$.

— Vue de face, vue de dessus, vue de droite : on dessine ce qu’on voit en regardant exactement dans cette direction.

Correction de l’exercice 1 – Un pavé de petits cubes

On compte par étages.

— Étage du haut : on voit 3 cubes sur la longueur et 2 sur la profondeur, en 2 rangées de 3.

$$3 + 3 = 6 \text{ cubes par étage}$$

— Il y a 2 étages identiques (on les voit sur la face de devant) :

$$6 + 6 = 12 \text{ cubes}$$

— Contrôle par rangées de devant : la face de devant montre $3 \times 2 = 6$ cubes, et il y a 2 rangées en profondeur, soit 12 cubes.

Réponse. 12 petits cubes.

Correction de l’exercice 2 – Le mur

Le mur n’a qu’un cube d’épaisseur : tous ses cubes se voient sur la face de devant.

— Il y a 4 colonnes de 3 cubes.

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12 \text{ cubes}$$

— On peut aussi compter par étages : 3 étages de 4 cubes, $4 + 4 + 4 = 12$. Les deux méthodes donnent le même résultat.

Réponse. 12 cubes.

Correction de l’exercice 3 – L’escalier

On compte colonne par colonne, de gauche à droite.

— La colonne de gauche a 3 cubes, celle du milieu 2, celle de droite 1.

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ cubes}$$

— Par étages : en bas 3 cubes, au milieu 2, en haut 1. Même total.

— Un escalier à 4 marches demanderait $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ cubes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. 6 cubes.

Correction de l’exercice 4 – L’escalier épais

Léo n’a compté que les cubes de la face de devant : $3 + 2 + 1 = 6$. Mais on voit, sur le dessus des marches, que chaque marche a **2** cubes en profondeur.

— Derrière chaque cube de devant, il y a un deuxième cube, caché.

$$6 + 6 = 12 \text{ cubes}$$

— Léo a tort : l’escalier a 12 cubes. Il a oublié la rangée de derrière, qu’on ne voit pas de face.

Réponse. Non : il y a 12 cubes.

Correction de l’exercice 5 – Les cubes qu’on ne voit pas

a) Chaque étage est un carré de 3 rangées de 3 cubes : $3 + 3 + 3 = 9$ cubes. Il y a 3 étages :

$$9 + 9 + 9 = 27 \text{ petits cubes}$$

b) On voit un petit cube s’il touche la face de devant, la face du dessus ou la face de droite. Les cubes cachés sont ceux qui ne sont ni devant, ni en haut, ni à droite : il en reste 2 sur la longueur, 2 sur la profondeur et 2 en hauteur, soit un bloc de $2 \times 2 \times 2$ cubes :

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cubes cachés}$$

— On voit donc $27 - 8 = 19$ petits cubes.

Réponse. a) 27 · b) 8 cubes invisibles.

Correction de l’exercice 6 – Compléter pour faire un pavé

On compte colonne par colonne sur la face de devant, puis on double pour la profondeur.

— Face de devant : $2 + 2 + 1 = 5$ cubes. Profondeur 2 :

$$5 + 5 = 10 \text{ cubes}$$

— Le pavé voulu a 2 étages de $3 \times 2 = 6$ cubes :

$$6 + 6 = 12 \text{ cubes}$$

— Il faut ajouter $12 - 10 = 2$ cubes : ils vont en haut à droite, un devant et un derrière.

Réponse. 10 cubes ; il faut en ajouter 2.

Correction de l’exercice 7 – Vues de face, de dessus, de droite

Dans chaque vue, chaque cube vu de face donne un carré ; les cubes alignés dans la direction du regard se cachent les uns les autres.

— **De face** : on voit toute la face de devant, en escalier.

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ carrés}$$

— **De dessus** : on voit le dessus de chaque colonne, soit 3 carrés en ligne (on ne voit pas la hauteur des colonnes).

— **De droite** : les colonnes sont alignées les unes derrière les autres ; la plus haute cache les autres. On voit 3 carrés empilés.

— Les trois vues sont différentes : il faut plusieurs vues pour connaître l’assemblage.

Réponse. Face : 6 carrés en escalier · dessus : 3 en ligne · droite : 3 empilés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Un pavé de 1 cm de côté

Chaque cube mesure 1 cm : sur la longueur de 4 cm on place 4 cubes, sur la largeur 2, et on empile 3 étages.

— Un étage : 2 rangées de 4 cubes.

$$4 \times 2 = 8 \text{ cubes par étage}$$

— Trois étages :

$$8 + 8 + 8 = 24 \text{ cubes}$$

— Contrôle par la face de devant : $4 \times 3 = 12$ cubes, et 2 rangées en profondeur : $12 + 12 = 24$.

Réponse. 24 cubes.

Correction de l’exercice 9 – Les faces peintes

Tout dépend de la place du petit cube dans le grand.

— **Aux** 8 **coins** : chaque petit cube touche 3 faces du grand cube, il a 3 faces bleues.
— **Au milieu des** 12 **arêtes** : un petit cube par arête, il touche 2 faces : 12 cubes à 2 faces bleues.
— **Au centre des** 6 **faces** : un petit cube par face, 1 face bleue : 6 cubes.
— **Au cœur** du grand cube : 1 petit cube, complètement caché, aucune face bleue.

$$8 + 12 + 6 + 1 = 27$$

— Contrôle : on retrouve bien les 27 petits cubes.

Réponse. 3 faces : 8 · 2 faces : 12 · 1 face : 6 · aucune : 1.

Correction de l’exercice 10 – Des cubes de plus en plus grands

Un grand cube d’arête « n petits cubes » a n étages ; chaque étage est un carré de n rangées de n cubes.

a) Étage : $2 \times 2 = 4$ cubes ; 2 étages : $4 + 4 = 8$ cubes.
b) Étage : $3 \times 3 = 9$ cubes ; 3 étages : $9 + 9 + 9 = 27$ cubes.
c) Étage : $4 \times 4 = 16$ cubes ; 4 étages :

$$16 + 16 + 16 + 16 = 64 \text{ cubes}$$

— Le nombre de cubes grandit très vite : en doublant l’arête (de 2 à 4), on passe de 8 à 64 cubes, 8 fois plus.

Réponse. a) 8 · b) 27 · c) 64.

Correction de l’exercice 11 – La pyramide de cubes

On compte étage par étage.

— Étage du bas : 3 rangées de 3 cubes, $3 \times 3 = 9$.
— Étage du milieu : $2 \times 2 = 4$.
— Étage du haut : 1.

$$9 + 4 + 1 = 14 \text{ cubes}$$

— Pour 4 étages, on ajoute en dessous un carré de $4 \times 4 = 16$ cubes :

$$16 + 9 + 4 + 1 = 30 \text{ cubes}$$

Réponse. 14 cubes ; 30 cubes pour 4 étages.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – Même nombre, formes différentes

On compte par colonnes.

— Léa : une colonne de 4 cubes et une colonne de 2.

$$4 + 2 = 6 \text{ cubes}$$

— Tom : trois colonnes de 2 cubes.

$$2 + 2 + 2 = 6 \text{ cubes}$$

— Même nombre de cubes, mais pas la même forme : l’assemblage de Léa fait 2 cubes de large et 4 de haut, en marche ; celui de Tom est un pavé de 3 cubes de large et 2 de haut. Avec les mêmes cubes, on peut construire des solides très différents.

Réponse. Oui, 6 cubes chacun ; non, formes différentes.

Correction de l’exercice 13 – Suivre un programme de construction

On suit le programme étape par étape en comptant.

— Étape **1** : 4 cubes, premier étage.

— Étape **2** : un cube sur chacun des 4 : 4 cubes de plus, deuxième étage.

— Étape **3** : 1 cube, troisième étage.

$$4 + 4 + 1 = 9 \text{ cubes}$$

— La construction a 3 étages : un cube $2 \times 2 \times 2$ de 8 cubes, surmonté d’une petite tour d’un cube.

Réponse. 9 cubes, 3 étages.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : les cubes de derrière ou du milieu peuvent être cachés (exercices 4 et 5).

b) **Vrai** : $5 + 5 = 10$.

c) **Faux** : 8 cubes peuvent former un grand cube $2 \times 2 \times 2$, une barre de 8 cubes, un mur de 4 sur 2…

d) **Vrai** : vus de dessus, tous deux donnent une rangée de carrés ; on ne voit pas les hauteurs.

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \qquad 8 \times 1 \times 1 = 8$$

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le grand escalier

a) Face de devant, colonne par colonne : $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ cubes. Deux rangées en profondeur :

$$10 + 10 = 20 \text{ cubes}$$

b) Le pavé voulu : un étage contient $4 \times 2 = 8$ cubes, et il y a 4 étages.

$$8 + 8 + 8 + 8 = 32 \text{ cubes} \qquad 32 - 20 = 12$$

Il faut ajouter 12 cubes.

c) De face, on voit la face de devant : 10 carrés en escalier. Les 10 cubes de derrière sont cachés exactement derrière ceux de devant.

Réponse. a) 20 cubes · b) 12 cubes · c) 10 carrés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).