Plaquette 2 – Faces, arêtes et sommets

Les solides — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Faces, arêtes, sommets des solides usuels.

Solide	Faces	Arêtes	Sommets
Cube	6 carrés	12	8
Pavé droit	6 rectangles	12	8
Prisme droit à base triangulaire	2 triangles et 3 rectangles	9	6
Pyramide à base carrée	1 carré et 4 triangles	8	5
Pyramide à base triangulaire	4 triangles	6	4

— Méthode par étages pour le cube : 4 arêtes en bas, 4 en haut, 4 verticales.

$$4 + 4 + 4 = 12 \text{ arêtes}$$

— Chaque arête est commune à exactement 2 faces.

— Sur un dessin en perspective, les arêtes cachées sont en pointillés.

Correction de l’exercice 1 – Le bon mot

On se rappelle : une face est une surface plate, une arête est un segment, un sommet est un point.

a) G est un point où trois arêtes se rejoignent : un **sommet**.

b) $[AB]$ est un segment où deux faces se rejoignent : une **arête**.

c) $ABFE$ est un carré, surface plate : une **face** (celle de devant).

d) $[CG]$ est un segment vertical : une **arête**.

e) $EFGH$ est la face du dessus : une **face**.

point = sommet segment = arête surface plate = face

Réponse. a) sommet · b) arête · c) face · d) arête · e) face.

Correction de l’exercice 2 – Compter sur le cube

On compte par étages.

— **Faces** : dessous et dessus (2), devant et derrière (2), gauche et droite (2).

$$2 + 2 + 2 = 6 \text{ faces}$$

— **Arêtes** : 4 autour de la face du dessous, 4 autour de la face du dessus, 4 verticales qui les relient.

$$4 + 4 + 4 = 12 \text{ arêtes}$$

— **Sommets** : 4 en bas et 4 en haut.

$$4 + 4 = 8 \text{ sommets}$$

— Sur le dessin, on ne voit pas tout : 3 arêtes sont cachées (en pointillés), et un sommet est caché derrière.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets.

Correction de l’exercice 3 – Les faces du pavé

Le pavé droit a, comme le cube, 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets. Ses faces sont des **rectangles**.

— Les faces vont par paires identiques, face à face : dessous $ABCD$ et dessus $EFGH$; devant $ABFE$ et derrière $DCGH$; gauche $ADHE$ et droite $BCGF$.

$$3 \text{ paires} \times 2 = 6 \text{ faces}$$

— La face opposée à $ABFE$ (devant) est la face de derrière, $DCGH$. Elle a les mêmes dimensions : c’est le même rectangle, caché derrière le pavé.

Réponse. 6 faces rectangulaires ; la face opposée à $ABFE$ est $DCGH$.

Correction de l’exercice 4 – La pyramide à base carrée

On compte en séparant la base et la pointe S.

— **Faces** : la base carrée $ABCD$, et un triangle sur chaque côté de la base (SAB, SBC, SCD, SDA).

$$1 + 4 = 5 \text{ faces}$$

— **Arêtes** : les 4 côtés de la base, et 4 arêtes qui montent vers S.

$$4 + 4 = 8 \text{ arêtes}$$

— **Sommets** : les 4 coins de la base, plus la pointe S.

$$4 + 1 = 5 \text{ sommets}$$

— Sur le dessin, les arêtes cachées sont $[CD]$, $[DA]$ et $[SD]$.

Réponse. 5 faces, 8 arêtes, 5 sommets.

Correction de l’exercice 5 – Le prisme droit

On compte les deux bases, puis ce qui les relie.

— **Faces** : les 2 bases triangulaires (ABC et DEF) et 3 faces rectangulaires sur les côtés.

$$2 + 3 = 5 \text{ faces}$$

— **Arêtes** : 3 autour de la base de devant, 3 autour de la base de derrière, 3 qui les relient ($[AD]$, $[BE]$, $[CF]$).

$$3 + 3 + 3 = 9 \text{ arêtes}$$

— **Sommets** : 3 devant et 3 derrière.

$$3 + 3 = 6 \text{ sommets}$$

Réponse. 5 faces, 9 arêtes, 6 sommets.

Correction de l’exercice 6 – La plus petite pyramide

Même méthode que pour la pyramide à base carrée, mais la base a 3 côtés au lieu de 4.

— **Faces** : la base triangulaire et 3 faces triangulaires (une sur chaque côté de la base).

$$1 + 3 = 4 \text{ faces}$$

— **Arêtes** : 3 côtés de la base et 3 arêtes qui montent vers la pointe.

$$3 + 3 = 6 \text{ arêtes}$$

— **Sommets** : 3 coins de la base et la pointe : $3 + 1 = 4$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Toutes ses faces sont des **triangles**. C’est le solide qui a le moins de faces parmi ceux qui n’ont que des faces planes.

Réponse. 4 faces (toutes des triangles), 6 arêtes, 4 sommets.

Correction de l’exercice 7 – Ce qu’on ne voit pas

Le dessin montre le cube vu de devant, un peu de dessus et de la droite. Le coin du fond, en bas à gauche, est caché derrière le cube : c’est le sommet D.

— Les arêtes qui partent de D sont cachées : $[AD]$, $[DC]$ et $[DH]$. Ce sont les 3 arêtes en pointillés.

— Le cube a 12 arêtes en tout. On en voit donc :

$$12 - 3 = 9 \text{ arêtes visibles}$$

— En perspective, on trace quand même les arêtes cachées, mais en pointillés : elles aident à « voir » le solide en entier.

Réponse. $[AD]$, $[DC]$, $[DH]$; le sommet D ; 9 arêtes visibles.

Correction de l’exercice 8 – Autour d’un sommet

a) Au sommet B se rejoignent 3 faces : le dessous $ABCD$, le devant $ABFE$ et la droite $BCGF$. Et 3 arêtes : $[BA]$, $[BC]$ et $[BF]$.

$$\text{sommet du cube : 3 faces et 3 arêtes}$$

C’est pareil pour chacun des 8 sommets du cube : c’est comme un coin de pièce, avec deux murs et le sol.

b) À la pointe S d’une pyramide à base carrée se rejoignent les 4 faces triangulaires et les 4 arêtes $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$, $[SD]$.

$$\text{pointe de la pyramide : 4 faces et 4 arêtes}$$

Réponse. a) 3 faces ($ABCD$, $ABFE$, $BCGF$), 3 arêtes · b) 4 faces, 4 arêtes.

Correction de l’exercice 9 – Les faces qu’on voit

Le pavé est vu de devant, un peu d’en haut et un peu de la droite.

— On voit 3 faces : celle de **devant**, celle du **dessus** et celle de **droite**.

— Les 3 autres sont cachées : **derrière**, **dessous** et **gauche**. Leurs arêtes cachées sont dessinées en pointillés.

$$3 \text{ faces vues} + 3 \text{ faces cachées} = 6 \text{ faces}$$

— On ne peut jamais voir 4 faces d’un pavé en même temps : chaque face vue a sa face opposée cachée derrière. Au mieux, on voit une face de chaque paire, donc 3 faces.

Réponse. 3 faces vues (devant, dessus, droite), 3 cachées ; jamais 4.

Correction de l’exercice 10 – Le tableau à remplir

On compte par étages pour chaque solide (bas, haut, liaisons).

Solide	Faces	Arêtes	Sommets
Cube	6	12	8
Pavé droit	6	12	8
Prisme droit à base triangulaire	5	9	6
Pyramide à base carrée	5	8	5

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le cube et le pavé ont les mêmes nombres : un cube est un pavé particulier.
— Le prisme et la pyramide ont tous deux 5 faces, mais pas le même nombre d'arêtes ni de sommets.

prisme : 9 arêtes pyramide : 8 arêtes

Réponse. Cube et pavé : 6, 12, 8 · prisme : 5, 9, 6 · pyramide : 5, 8, 5.

Correction de l'exercice 11 – Qui suis-je ?

On utilise les nombres des solides usuels.

a) 5 faces et 6 sommets : le **prisme droit à base triangulaire** (2 triangles et 3 rectangles ; 3 sommets devant, 3 derrière).

b) 5 faces et 5 sommets : la **pyramide à base carrée** (1 carré et 4 triangles ; 4 coins et la pointe).

c) 4 faces triangulaires : la **pyramide à base triangulaire**.

d) 6 faces carrées : le **cube**.

a) prisme b) pyramide carrée c) pyramide triangulaire d) cube

— Pour a) et b), le nombre de faces ne suffit pas : c'est le nombre de sommets qui départage.

Réponse. a) prisme · b) pyramide à base carrée · c) pyramide à base triangulaire · d) cube.

Correction de l'exercice 12 – Et les solides ronds ?

Ces solides ont une **surface courbe** : on ne compte pas leurs faces comme pour un cube. On compte seulement leurs faces **planes**.

— Cylindre : 2 faces planes (deux disques), pas de pointe.
— Cône : 1 face plane (un disque) et 1 pointe, qu'on appelle aussi le sommet du cône.
— Boule : 0 face plane, pas de pointe.

cylindre : 2 cône : 1 boule : 0 face plane

— Le bord d'un disque est une ligne courbe, pas un segment : ces solides n'ont pas d'arêtes droites comme le cube.

Réponse. Cylindre : 2 disques, pas de pointe · cône : 1 disque, 1 pointe · boule : aucune face plane.

Correction de l'exercice 13 – La forme des faces

On fait la liste des faces, en regroupant celles qui ont la même forme.

a) Pavé droit : 6 **rectangles**, identiques deux à deux (faces opposées).

b) Pyramide à base carrée : 1 **carré** (la base) et 4 **triangles** (les faces qui montent vers la pointe).

c) Prisme droit : 2 **triangles** identiques (les bases) et 3 **rectangles** (les faces de côté).

a) 6 b) $1 + 4 = 5$ c) $2 + 3 = 5$ faces

— Dans un prisme droit, les faces de côté sont toujours des rectangles ; dans une pyramide, ce sont toujours des triangles.

Réponse. a) 6 rectangles · b) 1 carré et 4 triangles · c) 2 triangles et 3 rectangles.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – L’erreur de Max

Max compte bien les côtés de chaque face : il y en a 24 en tout. Mais une arête est l’endroit où **deux** faces se rejoignent : chaque arête est un côté de deux faces à la fois.

— Max a donc compté chaque arête **deux fois**.

— Il faut partager son résultat en deux :

$$24 = 12 + 12 \qquad \text{donc } 12 \text{ arêtes}$$

— Vérification par étages : 4 arêtes en bas, 4 en haut, 4 verticales, $4 + 4 + 4 = 12$.

— Même idée pour les sommets : chaque face a 4 coins, $4 \times 6 = 24$; mais chaque sommet est un coin de 3 faces, donc 24 compte chaque sommet 3 fois : $8 + 8 + 8 = 24$, il y a 8 sommets.

Réponse. Il compte chaque arête deux fois : il y a 12 arêtes.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : la famille des pyramides

a) Base triangulaire : 4 faces, 6 arêtes, 4 sommets. Base carrée : 5 faces, 8 arêtes, 5 sommets.

— b) On cherche la règle. Si la base a un certain nombre de côtés :

— **faces** : la base, plus un triangle par côté ;

— **arêtes** : les côtés de la base, plus une arête par coin qui monte vers la pointe ;

— **sommets** : les coins de la base, plus la pointe.

Base à 5 côtés :

$$\text{faces} : 1 + 5 = 6 \qquad \text{arêtes} : 5 + 5 = 10 \qquad \text{sommets} : 5 + 1 = 6$$

Base à 6 côtés :

$$\text{faces} : 1 + 6 = 7 \qquad \text{arêtes} : 6 + 6 = 12 \qquad \text{sommets} : 6 + 1 = 7$$

— Dans une pyramide, il y a toujours autant de faces que de sommets.

Réponse. 5 côtés : 6 faces, 10 arêtes, 6 sommets · 6 côtés : 7 faces, 12 arêtes, 7 sommets.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).