Plaquette 3 – Les patrons du cube

Les solides — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Reconnaître un patron du cube.

— Il faut exactement 6 carrés, reliés par des côtés entiers.

$$6 \text{ carrés} = 6 \text{ faces du cube}$$

— Jamais 5 carrés alignés (les deux bouts se recouvriraient), jamais un bloc de 2×2 carrés.

— Deux carrés collés par un côté deviennent deux faces voisines.

— Dans une rangée de 3 carrés, le premier et le troisième deviennent des **faces opposées**.

— Chaque face touche 4 faces et est opposée à 1 seule.

— Le cube a 11 patrons différents.

Correction de l’exercice 1 – Déplier une boîte

La figure obtenue est un **patron** du cube : en la repliant, on retrouve la boîte.

— On compte les carrés : 1 en bas, 4 au milieu, 1 en haut.

$$1 + 4 + 1 = 6 \text{ carrés}$$

— Chaque carré est une face de la boîte, et le cube a 6 faces : il faut donc exactement 6 carrés, ni plus ni moins.

— Les 4 carrés du milieu forment le tour de la boîte ; les deux autres sont le fond et le couvercle.

Réponse. 6 carrés, un par face du cube.

Correction de l’exercice 2 – Patron ou pas ? (1)

Toutes ont 6 carrés : il faut imaginer le pliage.

— A : on prend le carré au-dessus du bas comme fond ; les 4 carrés de la rangée font le tour, les 2 autres le dessus et le dessous. **Patron.**

— B : 6 carrés alignés. En enroulant, les 4 premiers font le tour ; le 5^{e} retombe sur le 1^{er}. Il manque le fond et le couvercle. **Pas un patron.**

— C : un bloc de 2 rangées de 3. En pliant, des carrés se recouvrent et deux faces restent ouvertes. **Pas un patron.**

— D : l’escalier. En pliant marche par marche, on obtient bien les 6 faces. **Patron.**

$$\text{patrons : } A \text{ et } D$$

Réponse. A et D.

Correction de l’exercice 3 – Patron ou pas ? (2)

On cherche d’abord les défauts qui empêchent le pliage.

— E : une rangée de 4 carrés (le tour), un carré au-dessus et un au-dessous du premier. Ils se replient en dessus et dessous. **Patron.**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— F : une rangée de 4, avec **deux** carrés au-dessus, côte à côte. En pliant, tous les deux veulent devenir le dessus : ils se recouvrent, et le dessous manque. **Pas un patron.**
— G : deux rangées de 3 en escalier. En pliant, on obtient les 6 faces. **Patron.**
— H : une rangée de 5 carrés alignés : le 5^{e} retombe sur le 1^{er}. **Pas un patron.**

patrons : E et G

Réponse. E et G.

Correction de l’exercice 4 – Il manque une face

Les 4 carrés roses de la rangée feront le tour du cube ; le carré rose du bas fera le dessous. Il manque le **dessus** : il doit être collé **au-dessus** de la rangée.

— a (au-dessus du 1^{er} carré de la rangée) : il se replie en dessus. **Convient.**
— b (en dessous du 3^{e} carré) : il se replierait en dessous, sur le carré rose du bas. **Ne convient pas.**
— c (au-dessus du 4^{e} carré) : il se replie en dessus. **Convient.**
— d (au bout de la rangée) : il ferait 5 carrés alignés, le 5^{e} retombe sur le 1^{er}. **Ne convient pas.**

conviennent : a et c

— Les deux autres places au-dessus de la rangée conviendraient aussi.

Réponse. a et c.

Correction de l’exercice 5 – Une face en trop

Un patron du cube a 6 carrés : il faut en enlever 1, sans casser la figure en deux morceaux.

— Les carrés 2, 3, 4, 5 forment le tour ; le carré 1 se replie en dessous.
— Les carrés 6 et 7 sont tous les deux au-dessus de la rangée, côte à côte : en pliant, ils deviennent tous les deux le dessus et se recouvrent. Il faut enlever l’un des deux.

$$7 - 1 = 6 \text{ carrés}$$

— Si on enlève le 6, il reste le 7 au-dessus du carré 4 : patron. Si on enlève le 7, on obtient la croix : patron.
— Enlever un autre carré laisserait les carrés 6 et 7 l’un sur l’autre.

Réponse. Le carré 6 ou le carré 7.

Correction de l’exercice 6 – Faces opposées dans la croix

Règle : dans une rangée droite de 3 carrés, le premier et le troisième deviennent des faces opposées (celui du milieu est entre les deux).

— Colonne verticale : A, C, F. A et F sont séparées par C : **A est opposée à F**.
— Rangée horizontale : B, C, D, E. B et D sont séparées par C : **B est opposée à D**. C et E sont séparées par D : **C est opposée à E**.

$$A \leftrightarrow F \qquad B \leftrightarrow D \qquad C \leftrightarrow E$$

— Contrôle : chaque lettre apparaît dans exactement une paire, et il y a 3 paires pour 6 faces.

Réponse. A et F ; B et D ; C et E.

Correction de l’exercice 7 – Faces opposées dans l’escalier

Ici, pas de longue rangée : on imagine le pliage. On prend la face 3 comme fond.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— 2, collée au-dessus de 3, se relève : c’est le mur du fond. 4, collée à droite de 3, devient le mur de droite. 1 est collée à gauche de 2 : quand on relève 2, elle vient se placer à gauche, c’est le mur de gauche, en face du mur 4. Donc 1 **est opposée à** 4.
— 5 est collée sous 4 : elle devient le mur de devant, en face de 2 (mur de derrière). Donc 2 **est opposée à** 5.
— 6 est collée à droite de 5 : elle se replie par-dessus, c’est le couvercle, en face du fond 3. Donc 3 **est opposée à** 6.

$$1 \leftrightarrow 4 \qquad 2 \leftrightarrow 5 \qquad 3 \leftrightarrow 6$$

— Le mieux est de vérifier en découpant et en pliant le patron.

Réponse. 1 et 4 ; 2 et 5 ; 3 et 6.

Correction de l’exercice 8 – Numéroter un dé

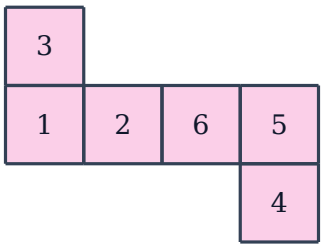
On cherche d’abord les paires de faces opposées, puis on applique la règle du 7.

— Dans la rangée de 4 carrés, le 1 et la 3^{e} case sont séparés par le 2 : opposés. Le 2 et la 4^{e} case sont opposés.
— Le 3 (au-dessus du 1) et la case sous la 4^{e} case se replient l’un en dessus, l’autre en dessous : opposés.

$$1 + 6 = 7 \qquad 2 + 5 = 7 \qquad 3 + 4 = 7$$

— On écrit 6 dans la 3^{e} case de la rangée, 5 dans la 4^{e}, et 4 dans la case du bas à droite.

Réponse. 6 en face du 1, 5 en face du 2, 4 en face du 3.



Le patron complété

Correction de l’exercice 9 – Un cube en trois couleurs

Il faut trouver les faces opposées. On utilise les rangées de 3 carrés : le premier et le troisième sont opposés.

— Rangée du haut : X, Y, puis la 3^{e} case. X et la 3^{e} case du haut sont opposées : même couleur.
— Rangée du bas : Z, puis deux cases. Z et la dernière case du bas sont opposées : même couleur.
— Il reste Y et la case du milieu de la rangée du bas : elles sont opposées.

$$3 \text{ paires} \times 2 = 6 \text{ faces}, \quad 3 \text{ couleurs}$$

— En résumé : X avec la 3^{e} case du haut, Y avec la case du milieu du bas, Z avec la dernière case du bas.

Réponse. X : 3^{e} case du haut · Y : case du milieu du bas · Z : dernière case du bas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 10 – Les côtés qui se collent

On compte les arêtes de deux sortes.

— Les plis : 5 côtés communs à deux carrés, chacun donne une arête.

— Le contour : 14 côtés qui se collent deux par deux. Chaque paire donne une arête : on partage 14 en paires, $7 + 7 = 14$, donc 7 arêtes.

$$5 + 7 = 12 \text{ arêtes}$$

— C’est bien le nombre d’arêtes d’un cube (4 en bas, 4 en haut, 4 verticales). Contrôle : les 6 carrés ont en tout $6 \times 4 = 24$ côtés, et $5 + 5 + 14 = 24$ (chaque pli compte pour deux carrés).

Réponse. 12 arêtes (5 plis + 7 collages), comme un cube.

Correction de l’exercice 11 – Une boîte sans couvercle

Il faut obtenir le fond et les 4 murs, sans qu’aucun carré n’en recouvre un autre.

— A (la croix) : le carré du centre est le fond, les 4 autres se relèvent tout autour. **Oui.**

— B (le coin) : on prend le coin comme fond. Le carré à sa droite devient le mur de droite, celui au-dessus le mur du fond. Les deux carrés au bout des bras se replient chacun par-dessus… tous les deux à la place du couvercle : ils se recouvrent, et les murs de devant et de gauche manquent. **Non.**

— C (l’escalier) : en pliant marche par marche, on obtient le fond et 4 murs différents. **Oui.**

— D : il contient un bloc de 2×2 carrés ; deux carrés se recouvrent en pliant. **Non.**

$$\text{boîtes possibles : } A \text{ et } C$$

— Le mieux est de vérifier en découpant les figures sur du papier quadrillé.

Réponse. A et C.

Correction de l’exercice 12 – Les voisines de la face A

Une face d’un cube touche toutes les autres faces, sauf sa face opposée.

— La face opposée à A est F (exercice 6).

— A touche donc les 4 autres faces : B, C, D et E.

$$6 - 1 - 1 = 4 \text{ faces voisines}$$

(on enlève A elle-même et sa face opposée F).

— Sur le patron, seule C est collée à A ; mais B, D et E viennent aussi toucher A une fois le cube plié : B et D par leurs côtés du haut, E par son côté du haut qui se rabat.

Réponse. B, C, D et E : 4 faces.

Correction de l’exercice 13 – Un patron à la bonne taille

a) Chaque face du cube est un carré dont le côté est une arête : chaque carré mesure 3 cm sur 3 cm.

b) Le contour est formé de 14 côtés de 3 cm chacun. On ajoute 14 fois 3 cm :

$$14 \times 3 = 42 \text{ cm}$$

— Calcul détaillé : $10 \times 3 = 30$ et $4 \times 3 = 12$, puis $30 + 12 = 42$.

— Le contour du patron mesure 42 cm. Attention : c’est la longueur à découper aux ciseaux, pas la somme des arêtes du cube ($12 \times 3 = 36$ cm).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) 3 cm sur 3 cm · b) 42 cm.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : 6 carrés alignés, ou un bloc de 2 rangées de 3, ne sont pas des patrons.

b) **Vrai** : il en existe 11 (la croix, l’escalier, la figure en T, …).

c) **Vrai** : le côté commun devient l’arête qui les relie.

d) **Vrai** : le carré du milieu devient une face, les deux autres se replient de chaque côté, face à face.

a) faux b) vrai c) vrai d) vrai

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : fabriquer un dé

a) Paires opposées : le 1 (en bas) et la case du haut sont de part et d’autre du 2, dans la colonne de gauche : opposées. Le 2 et la 3^{e} case de la rangée : opposées. Le 3 et la 4^{e} case de la rangée : opposées. D’où : 6 en haut, 5 dans la 3^{e} case, 4 dans la 4^{e}.

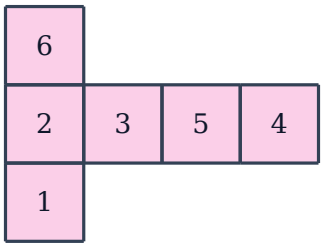
$$1 + 6 = 7 \qquad 2 + 5 = 7 \qquad 3 + 4 = 7$$

b) Le dé a 3 paires de faces opposées, chacune de 7 points :

$$7 + 7 + 7 = 21 \text{ points}$$

c) La face 1 touche toutes les faces sauf son opposée, le 6 : elle touche 2, 3, 4 et 5. Somme : $2 + 3 + 4 + 5 = 14$. Contrôle : $21 - 1 - 6 = 14$.

Réponse. a) 6 en haut, 5 et 4 dans la rangée · b) 21 points · c) 2, 3, 4, 5 ; somme 14.



Le patron de dé complété

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).