Plaquette 5 – Problèmes avec les solides

Les solides — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les nombres à connaître et à utiliser.

— Cube et pavé droit : 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets. Prisme droit à base triangulaire : 5 faces, 9 arêtes, 6 sommets. Pyramide à base carrée : 5 faces, 8 arêtes, 5 sommets.

— Squelette d'un solide : une paille par arête, une boule par sommet.

— Longueur de fil pour le squelette d'un cube d'arête a :

$$\text{longueur} = 12 \times a$$

— Pavé droit : 4 arêtes de chaque dimension (longueur, largeur, hauteur).

— Quand deux solides sont collés, les faces collées disparaissent de l'extérieur.

Correction de l'exercice 1 – Pailles et boules

Une paille par arête, une boule par sommet : il faut connaître les nombres d'arêtes et de sommets du cube.

— Arêtes : 4 en bas, 4 en haut, 4 verticales.

$$4 + 4 + 4 = 12 \text{ pailles}$$

— Sommets : 4 en bas et 4 en haut.

$$4 + 4 = 8 \text{ boules}$$

— Contrôle : à chaque boule arrivent 3 pailles, et chaque paille touche 2 boules : $8 \times 3 = 24$ et $12 \times 2 = 24$. Ça concorde.

Réponse. 12 pailles et 8 boules.

Correction de l'exercice 2 – Des pyramides en pailles

a) La pyramide à base carrée a 4 arêtes autour de la base et 4 qui montent vers la pointe :

$$4 + 4 = 8 \text{ pailles}$$

et $4 + 1 = 5$ sommets, donc 5 boules.

b) On retire 8 pailles par pyramide :

$$8 + 8 = 16 \qquad 20 - 16 = 4$$

Avec 2 pyramides, il a utilisé 16 pailles ; une troisième en demanderait 24, c'est trop. Il fabrique 2 pyramides et il lui reste 4 pailles.

Réponse. a) 8 pailles, 5 boules · b) 2 pyramides, reste 4 pailles.

Correction de l'exercice 3 – Le cube en fil de fer

Le squelette est formé des 12 arêtes du cube, qui mesurent toutes 5 cm.

$$\text{longueur} = 12 \times 5$$

— Calcul : $10 \times 5 = 50$ et $2 \times 5 = 10$, donc $12 \times 5 = 60$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Il faut 60 cm de fil de fer.
— Attention : on compte les arêtes (12), pas les faces (6) ni les sommets (8).

Réponse. 60 cm.

Correction de l’exercice 4 – Le cadre d’un pavé

Un pavé droit a 12 arêtes : 4 dans chaque direction.

— 4 arêtes de 6 cm (la longueur) : $4 \times 6 = 24$ cm.
— 4 arêtes de 4 cm (la largeur) : $4 \times 4 = 16$ cm.
— 4 arêtes de 3 cm (la hauteur) : $4 \times 3 = 12$ cm.

$$24 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}$$

— Il faut 52 cm de baguette. Autre calcul : une longueur, une largeur et une hauteur font $6 + 4 + 3 = 13$ cm, et il y a 4 fois chacune : $4 \times 13 = 52$ cm.

Réponse. 52 cm.

Correction de l’exercice 5 – Le ruban du cadeau

Un tour de ruban passe sur 4 faces du cube : le dessus, un côté, le dessous et l’autre côté. Il longe donc 4 arêtes de 10 cm.

— Un tour :

$$4 \times 10 = 40 \text{ cm}$$

— Deux tours (en croix) : $40 + 40 = 80$ cm.
— Avec le nœud :

$$80 + 20 = 100 \text{ cm}$$

— Il faut 100 cm de ruban, c’est-à-dire 1 m.

Réponse. 100 cm, soit 1 m.

Correction de l’exercice 6 – Peindre une boîte

Un pavé droit a 6 faces : un pot par face.

a) Une boîte : 6 pots. Trois boîtes :

$$6 + 6 + 6 = 18 \text{ pots}$$

b) Sans le dessous, il reste $6 - 1 = 5$ faces par boîte :

$$5 + 5 + 5 = 15 \text{ pots}$$

— On économise 3 pots, un par boîte : $18 - 15 = 3$. Attention à bien compter les 6 faces d’un pavé : dessus, dessous, devant, derrière, gauche et droite.

Réponse. a) 18 pots · b) 15 pots.

Correction de l’exercice 7 – Ranger des cubes dans une boîte

On remplit la boîte étage par étage.

— Un étage : 3 rangées de 4 cubes.

$$4 \times 3 = 12 \text{ cubes par étage}$$

— Deux étages :

$$12 + 12 = 24 \text{ cubes}$$

— On peut ranger 24 cubes dans la boîte.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Contrôle par la face de devant : elle montre $4 \times 2 = 8$ cubes, et il y a 3 rangées en profondeur : $8 + 8 + 8 = 24$.

Réponse. 24 cubes.

Correction de l’exercice 8 – Des paquets de cubes

Un grand cube de 2 cubes d’arête a 2 étages de $2 \times 2 = 4$ cubes :

$$4 + 4 = 8 \text{ petits cubes}$$

— On cherche combien de fois 8 tient dans 30 : $8 \times 3 = 24$ et $8 \times 4 = 32$, qui dépasse 30.

$$30 = 8 \times 3 + 6$$

— On assemble 3 grands cubes, et il reste 6 petits cubes, pas assez pour un quatrième.

Réponse. 3 grands cubes, il reste 6 petits cubes.

Correction de l’exercice 9 – La tour de dés

Les 3 dés ont en tout $3 \times 6 = 18$ faces. On cherche celles qu’on ne peut pas voir.

— La face du dessous du dé du bas, posée sur la table : 1 face.
— Entre le dé du bas et celui du milieu : 2 faces collées l’une contre l’autre.
— Entre le dé du milieu et celui du haut : 2 faces.

$$1 + 2 + 2 = 5 \text{ faces cachées} \qquad 18 - 5 = 13 \text{ faces visibles}$$

— On voit 4 faces de côté par dé ($4 \times 3 = 12$), plus le dessus du dé du haut : $12 + 1 = 13$.

Réponse. 5 faces cachées, 13 visibles.

Correction de l’exercice 10 – La tente

La tente est un prisme droit à base triangulaire.

a) Un morceau de tissu par face :

$$2 + 2 + 1 = 5 \text{ morceaux}$$

(2 triangles, 2 rectangles de toit, 1 rectangle de sol).

b) Arêtes : 3 autour du triangle de l’avant, 3 autour de celui de l’arrière, 3 qui les relient (2 au sol et le faîte du toit) : $3 + 3 + 3 = 9$ arêtes. Sommets : 3 à l’avant et 3 à l’arrière, 6 sommets.

Réponse. a) 5 morceaux · b) 9 arêtes, 6 sommets.

Correction de l’exercice 11 – Le carton d’emballage

Le patron du cube est fait de 6 carrés, un par face.

— Un carré de 4 carreaux sur 4 contient 4 rangées de 4 carreaux :

$$4 \times 4 = 16 \text{ carreaux}$$

— Pour les 6 faces :

$$6 \times 16 = 96 \text{ carreaux}$$

— Calcul : $6 \times 10 = 60$ et $6 \times 6 = 36$, puis $60 + 36 = 96$. Il faut au moins 96 carreaux de carton (sans compter les languettes de collage).

Réponse. 96 carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – Le solide mystère

a) 5 faces et 6 sommets : ce n’est pas une pyramide à base carrée (5 sommets). Avec 2 triangles face à face et 3 autres faces, c’est un **prisme droit à base triangulaire**.

b) Une paille par arête et une boule par sommet :

$$9 \text{ pailles} \qquad 6 \text{ boules}$$

— Contrôle : à chaque sommet du prisme arrivent 3 arêtes, $6 \times 3 = 18$; chaque paille a 2 bouts, $9 \times 2 = 18$. Ça concorde.

Réponse. a) un prisme droit à base triangulaire · b) 9 pailles et 6 boules.

Correction de l’exercice 13 – Coller deux cubes

Les deux cubes ont en tout $6 + 6 = 12$ faces.

a) Les deux faces collées l’une contre l’autre sont cachées à l’intérieur : 2 faces cachées. Le pavé obtenu a, comme tout pavé, 6 faces : le dessus (formé de 2 faces de cube), le dessous (2 faces de cube), l’avant (2), l’arrière (2), et les deux bouts (1 face de cube chacun).

b) On peint toutes les faces de cube sauf les 2 collées :

$$12 - 2 = 10 \text{ faces de cube}$$

— Contrôle : $2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 10$.

Réponse. a) 6 faces de pavé ; 2 faces de cube cachées · b) 10 faces de cube.

Correction de l’exercice 14 – Dés et points

a) La face du dessous est opposée à celle du dessus : leur somme vaut 7.

$$7 - 5 = 2$$

La face contre la table porte 2 points.

b) Le dé porte en tout $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ points. On enlève le dessus et le dessous :

$$21 - 5 - 2 = 14$$

— Les 4 faces de côté font 14 points. Contrôle : ce sont les faces $1, 3, 4, 6$, et $1 + 3 + 4 + 6 = 14$. Cette somme vaut toujours 14, quel que soit le dessus : les 4 faces de côté forment deux paires opposées, $7 + 7$.

Réponse. a) 2 · b) 14.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : la maquette de maison

On part des deux solides séparés, puis on retire ce qui est en commun.

a) Pavé : 12 arêtes et 8 sommets. Prisme : 9 arêtes et 6 sommets. Le rectangle collé a 4 côtés et 4 coins, qui appartiennent aux deux solides : il ne faut pas les compter deux fois.

$$12 + 9 - 4 = 17 \text{ pailles} \qquad 8 + 6 - 4 = 10 \text{ boules}$$

b) Pavé : 6 faces ; prisme : 5 faces. Le dessus du pavé et le dessous du toit sont collés, à l’intérieur : 2 faces disparaissent.

$$6 + 5 - 2 = 9 \text{ faces}$$

— Contrôle : 4 murs, 1 sol, 2 pans de toit et 2 pignons triangulaires, $4 + 1 + 2 + 2 = 9$.

Réponse. a) 17 pailles et 10 boules · b) 9 faces.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).