Plaquette 3 – Compléter une figure par symétrie

Symétrie axiale — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compléter une figure pour que (d) **soit son axe de symétrie.**

— Pour chaque sommet (ou chaque carreau) : compter les carreaux jusqu'à (d), reporter le même nombre de l'autre côté, sur la même ligne (axe vertical) ou la même colonne (axe horizontal).

$$\text{distance à } (d) \text{ avant} = \text{distance à } (d) \text{ après}$$

— Un point sur l'axe est son propre symétrique : il ne bouge pas.

— On relie ensuite les nouveaux points dans le même ordre que les points de départ.

— Si l'axe est une ligne du quadrillage, la figure complète a exactement deux fois plus de carreaux que la moitié donnée.

— Vérification : en pliant le long de (d), les deux moitiés doivent se superposer.

Correction de l'exercice 1 – Le sapin

Chaque carreau rose a un reflet de l'autre côté de (d), sur la même ligne, à la même distance.

— Le tronc et la pointe sont collés à (d) : leurs reflets sont collés à (d), à droite.

— Sur la ligne la plus large, les carreaux sont à 0, 1 et 2 carreaux de (d) : on colorie à droite les carreaux à 0, 1 et 2 carreaux de (d).

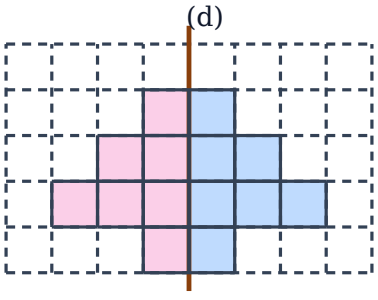
— On compte les carreaux roses ligne par ligne, du bas vers le haut :

$$1 + 3 + 2 + 1 = 7$$

— Il faut colorier 7 carreaux, un pour chaque carreau rose. Le sapin entier a :

$$7 + 7 = 14 \text{ carreaux}$$

Réponse. 7 carreaux à colorier ; 14 carreaux en tout.



Le sapin complété

Correction de l'exercice 2 – La maison à finir

On traite les sommets un par un.

— Le point en bas sur l'axe et la pointe du toit sont **sur** (d) : ils ne bougent pas.

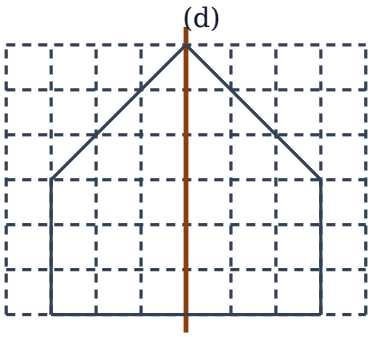
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le coin en bas à gauche est à 3 carreaux à gauche de (d) : son symétrique est sur la même ligne, à 3 carreaux à droite.
— Le bas du toit, à gauche, est à 3 carreaux de (d), 3 carreaux au-dessus du sol : son symétrique est à 3 carreaux à droite de (d), à la même hauteur.

$$3 \text{ carreaux à gauche} \to 3 \text{ carreaux à droite}$$

— On relie ensuite dans le même ordre : le bas sur l'axe, le coin en bas à droite, le bas du toit à droite, la pointe du toit. La maison est complète.

Réponse. La maison complète ; les deux points sur (d) (bas et pointe du toit) ne bougent pas.



La maison complétée

Correction de l'exercice 3 – Un axe horizontal

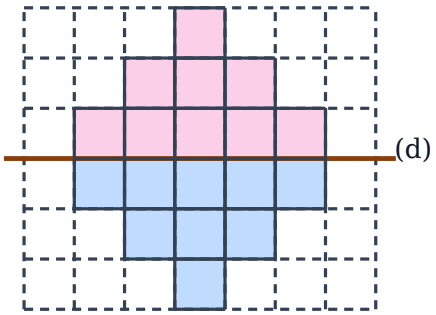
Avec un axe horizontal, chaque carreau a son reflet **dans la même colonne**, à la même distance de (d), mais en dessous.

— La rangée de 5 carreaux collée à (d) donne une rangée de 5 carreaux collée à (d), en dessous.
— La rangée de 3 carreaux, à 1 carreau de (d), donne une rangée de 3 carreaux, 1 carreau plus bas.
— Le carreau du sommet, à 2 carreaux de (d), donne un carreau à 2 carreaux sous (d).

$$5 + 3 + 1 = 9 \qquad 9 + 9 = 18 \text{ carreaux}$$

— La pointe vers le haut devient une pointe vers le bas : on obtient une forme de **losange** en escalier, pointue en haut et en bas.

Réponse. Un losange « en escalier » de 18 carreaux.



La figure complétée

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Le visage

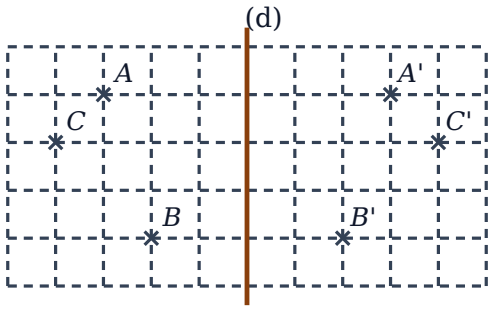
Pour chaque point, on compte les carreaux jusqu’à (d) sur sa ligne, puis on reporte ce nombre de l’autre côté.

— A est à 3 carreaux à gauche de (d) : A' est sur la même ligne, à 3 carreaux à droite.
— B est à 2 carreaux à gauche de (d) : B' est sur sa ligne, à 2 carreaux à droite.
— C est à 4 carreaux à gauche de (d) : C' est sur sa ligne, à 4 carreaux à droite.

$$A' : 3 \qquad B' : 2 \qquad C' : 4 \text{ carreaux}$$

— Le point le plus loin de l’axe (C, l’oreille) a le symétrique le plus loin : le visage s’élargit de la même façon des deux côtés.

Réponse. A' à 3 carreaux, B' à 2 carreaux, C' à 4 carreaux de (d), à droite.



Les trois symétriques

Correction de l’exercice 5 – La moitié des lettres

Cela marche seulement pour les lettres qui ont un **axe de symétrie vertical** : leur moitié droite est le reflet de leur moitié gauche.

— T : axe vertical au milieu de la barre. Oui.
— O : axe vertical. Oui.
— M : axe vertical entre les deux pointes. Oui.
— A : axe vertical qui passe par la pointe. Oui.
— E : les trois barres partent toutes vers la droite ; en complétant par symétrie on obtiendrait des barres des deux côtés, pas un E. Non.

T, O, M, A : oui E : non

— Le mot compte 6 lettres : les 5 lettres T, O, M, A, T se retrouvent, seul le E ne se retrouve pas.

Réponse. T, O, M, A (et le second T) ; pas le E.

Correction de l’exercice 6 – Une figure à cheval sur l’axe

On regarde chaque carreau déjà colorié et on vérifie que son reflet l’est aussi ; sinon on le colorie. On travaille ligne par ligne.

— Ligne du bas : 3 carreaux à gauche de (d), 1 seul à droite (collé à l’axe), qui est le reflet du carreau de gauche collé à l’axe. Il manque les reflets des carreaux à 1 et 2 carreaux de (d) : 2 carreaux.
— Deuxième ligne : 1 carreau collé à (d) à gauche, rien à droite : 1 carreau.
— Troisième ligne : 2 carreaux à gauche, rien à droite : 2 carreaux.

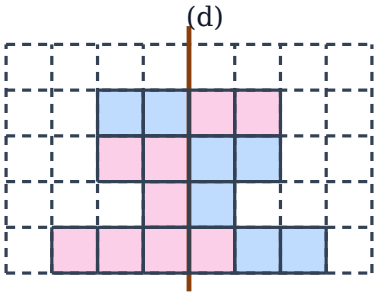
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Quatrième ligne : 2 carreaux à **droite**, rien à gauche : 2 carreaux à ajouter à gauche.

$$2 + 1 + 2 + 2 = 7$$

— On ajoute 7 carreaux ; la figure en compte alors $9 + 7 = 16$, soit 8 de chaque côté.

Réponse. 7 carreaux ; la figure complète en a 16.



Les 7 carreaux ajoutés (en bleu)

Correction de l’exercice 7 – Plier et découper

En dépliant, la forme découpée est complétée par son symétrique, l’axe étant le pli.

a) Le demi-disque et son reflet forment un **disque** entier : le pli passe par le centre, c’est un diamètre.

b) Le triangle rectangle et son reflet forment un **triangle** dont deux côtés ont la même longueur (le grand côté, recopié de chaque côté du pli) : c’est un **triangle isocèle**. L’angle droit a disparu : les deux angles droits accolés le long du pli forment un côté bien droit.

demi-disque → disque triangle rectangle → triangle isocèle

— Dans les deux cas, le pli devient un axe de symétrie de la forme dépliée.

Réponse. a) un disque · b) un triangle isocèle.

Correction de l’exercice 8 – Combien de sommets ?

On reporte chaque sommet sous (d), dans la même colonne et à la même distance.

— Le sommet à 2 carreaux au-dessus de (d) à gauche donne un sommet à 2 carreaux au-dessous.

— La pointe, à 3 carreaux au-dessus, donne une pointe à 3 carreaux au-dessous.

— Le sommet à 2 carreaux au-dessus à droite donne un sommet à 2 carreaux au-dessous.

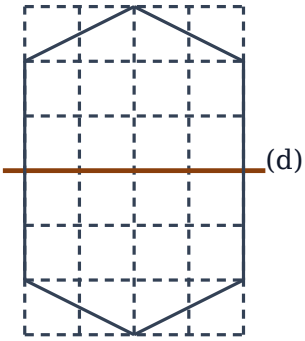
— Les deux extrémités sur (d) ne bougent pas.

3 sommets en haut + 3 sommets en bas = 6

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les points sur l’axe ne sont pas des sommets : le côté vertical de gauche continue tout droit à travers (d), de même à droite. Le polygone complet a 6 sommets : c’est un **hexagone**.

Réponse. 6 sommets (un hexagone).



Le polygone complet

Correction de l’exercice 9 – Deux fois plus de carreaux

Quand l’axe suit une ligne du quadrillage, aucun carreau n’est coupé par l’axe : chaque carreau d’une moitié a exactement un reflet dans l’autre moitié.

a) La figure complète a deux fois plus de carreaux que la moitié :

$$12 + 12 = 24$$

b) Les deux moitiés ont le même nombre de carreaux ; on partage 30 en deux parts égales :

$$15 + 15 = 30$$

— Chaque moitié a 15 carreaux. Conséquence : si l’axe suit une ligne du quadrillage, une figure symétrique a toujours un nombre **pair** de carreaux.

Réponse. a) 24 carreaux · b) 15 carreaux.

Correction de l’exercice 10 – L’erreur de Hugo

Hugo a recopié la moitié rose en la **faisant glisser** de 4 carreaux vers la droite, sans la retourner.

— Le « pied » rose est collé à (d) ; son reflet doit être collé à (d), de l’autre côté. Hugo l’a mis à 3 carreaux de (d).

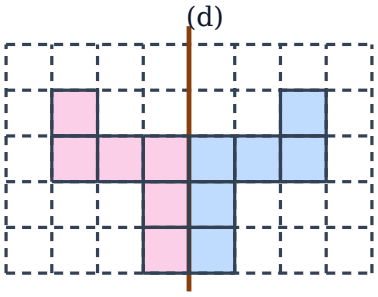
— Le carreau rose du haut est à 2 carreaux de (d) ; son reflet doit être aussi à 2 carreaux. Hugo l’a mis à 1 carreau seulement.

collé à (d) → collé à (d) 2 carreaux → 2 carreaux

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— La bonne figure est retournée : ce qui est près de l’axe reste près de l’axe, ce qui est loin reste loin. En pliant, la figure de Hugo ne se superposerait pas à la rose.

Réponse. Il a fait glisser la moitié au lieu de la retourner.



La bonne figure

Correction de l’exercice 11 – La fusée

On repère les sommets de la moitié gauche, du bas vers le haut, et on reporte chacun à la même distance à droite.

— Le bas sur l’axe et la pointe sur l’axe ne bougent pas.

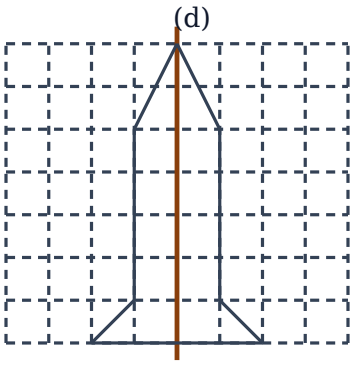
— Le bout de l’aileron, à 2 carreaux de (d) sur la ligne du bas, donne un point à 2 carreaux à droite.

— Les deux coins du corps, à 1 carreau de (d) (un en bas, un en haut), donnent deux points à 1 carreau à droite, aux mêmes hauteurs.

$$2 \to 2 \qquad 1 \to 1 \qquad 1 \to 1$$

— On relie dans le même ordre. Contrôle : la fusée complète mesure 4 carreaux de large en bas (l’aileron) et 2 carreaux de large pour le corps.

Réponse. La fusée complète : ailerons de 4 carreaux de large, corps de 2 carreaux.



La fusée complétée

Correction de l’exercice 12 – Un côté sur l’axe

Les points A et C sont **sur** (d) : ils sont leurs propres symétriques.

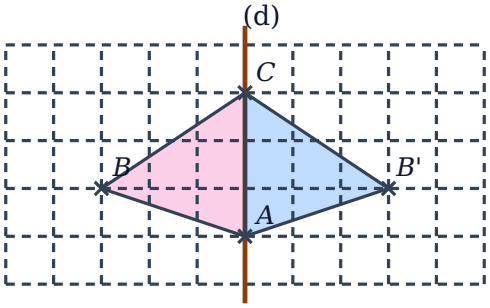
— B est à 3 carreaux à gauche de (d) : son symétrique B' est sur la même ligne, à 3 carreaux à droite.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$A' = A \qquad C' = C \qquad B \to B' \text{ (3 carreaux)}$$

— Le triangle symétrique est $AB'C$: il partage le côté $[AC]$ avec ABC.
— Ensemble, ils forment le quadrilatère $ABCB'$. Chaque côté de gauche a son reflet à droite, de même longueur : $AB = AB'$ et $BC = B'C$. C'est un quadrilatère en forme de **cerf-volant**, et (d) en est un axe de symétrie.

Réponse. A et C ne bougent pas ; on obtient un quadrilatère $ABCB'$ (un cerf-volant).



Les deux triangles forment un quadrilatère

Correction de l'exercice 13 – Le papillon

On reporte l'aile ligne par ligne, en retournant : les carreaux collés à (d) restent collés à (d).

— On compte les carreaux roses ligne par ligne, du bas vers le haut :

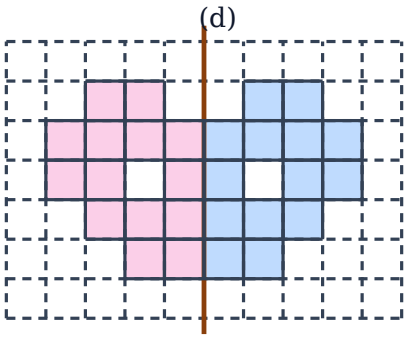
$$2 + 3 + 3 + 4 + 2 = 14$$

— La tache blanche est à 1 carreau de (d), sur la troisième ligne : sur l'aile droite, on laisse aussi blanc le carreau à 1 carreau de (d), sur la même ligne.
— L'aile droite a autant de carreaux que la gauche :

$$14 + 14 = 28 \text{ carreaux}$$

— Attention à ne pas colorier la tache par erreur : elle fait partie du dessin, son reflet est aussi une tache.

Réponse. 28 carreaux.



Le papillon complété

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Les mots de haut en bas

Il faut que chaque lettre ait un **axe de symétrie horizontal** au milieu de sa hauteur : la moitié du bas doit être le reflet de la moitié du haut.

a) C, O, D et E ont chacune un axe horizontal (le E : la barre du milieu est sur l’axe, les barres du haut et du bas se correspondent). Le mot CODE se retrouve entièrement.

b) P : la boucle est en haut seulement, le bas est une simple barre. En complétant, on obtiendrait une sorte de B : non. A : la pointe est en haut : non. I : oui.

CODE : 4 lettres sur 4 PAPI : 1 lettre sur 4

— Pour PAPI, seul le I se retrouve.

Réponse. a) oui · b) non, seul le I se retrouve.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le château

a) On reporte chaque carreau à la même distance de (d), de l’autre côté, sur la même ligne : le mur, la tour et le créneau.

b) On compte les carreaux roses : le bas du mur (avec la porte) en compte 4, les deux rangées suivantes 5 chacune, la tour 4 et le créneau 1.

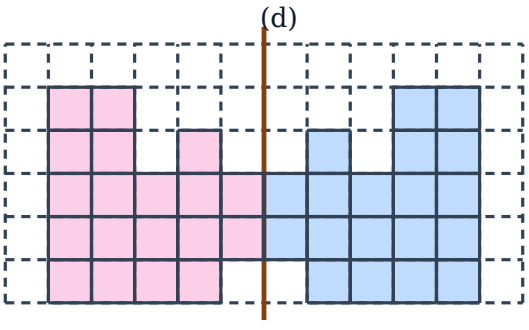
$$4 + 5 + 5 + 4 + 1 = 19 \qquad 19 + 19 = 38 \text{ carreaux}$$

c) La moitié de porte fait 1 carreau de large, collé à (d) ; son reflet aussi. La porte fait donc $1 + 1 = 2$ carreaux de large. Le mur gauche commence à 5 carreaux de (d), le mur droit finit à 5 carreaux de (d) :

$$5 + 5 = 10 \text{ carreaux de large}$$

— Une porte au milieu, collée à l’axe, s’élargit toujours du double en complétant la figure.

Réponse. b) 38 carreaux · c) porte : 2 carreaux ; château : 10 carreaux de large.



Le château complété

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).