Plaquette 4 – Construire le symétrique d’une figure

Symétrie axiale — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Construire le symétrique par rapport à (d)**.**

— Symétrique d’un point M : sur la même ligne du quadrillage (axe vertical) ou la même colonne (axe horizontal), de l’autre côté de (d), à la même distance.

$$\text{distance de } M \text{ à } (d) = \text{distance de } M' \text{ à } (d)$$

— Si M est sur (d), alors $M' = M$.

— Symétrique d’un segment $[AB]$: on construit A' et B', puis on trace $[A'B']$. Il a la même longueur que $[AB]$.

— Symétrique d’un polygone : on construit l’image de chaque sommet, puis on relie dans le même ordre.

— Sur papier uni : on trace avec l’équerre la perpendiculaire à (d) qui passe par M, puis on reporte la distance à la règle graduée.

— Contrôle : en pliant le long de (d), la figure et son symétrique se superposent.

Correction de l’exercice 1 – Trois points, dont un sur l’axe

Pour chaque point, on avance sur sa ligne jusqu’à (d) en comptant les carreaux, puis on continue du même nombre de carreaux.

— M est à 4 carreaux à gauche de (d) : M' est sur la même ligne, à 4 carreaux à droite.

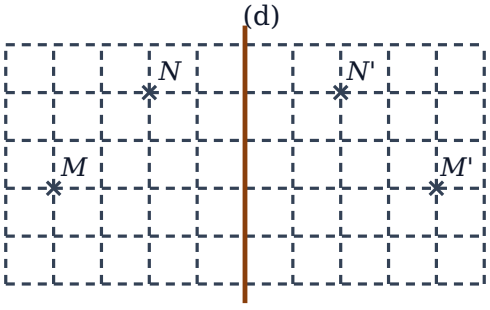
— N est à 2 carreaux à gauche de (d) : N' est sur la même ligne, à 2 carreaux à droite.

— P est **sur** (d) : il est à 0 carreau de l’axe, donc son symétrique aussi.

$$M : 4 \to 4 \qquad N : 2 \to 2 \qquad P' = P$$

— Contrôle : M et M' sont séparés de $4 + 4 = 8$ carreaux, N et N' de $2 + 2 = 4$ carreaux.

Réponse. M' à 4 carreaux à droite de (d), N' à 2 carreaux, $P' = P$.



M' et N' construits ; P' est confondu avec P

Correction de l’exercice 2 – Des points avec un axe horizontal

Avec un axe horizontal, on se déplace **verticalement**, sur la colonne du point.

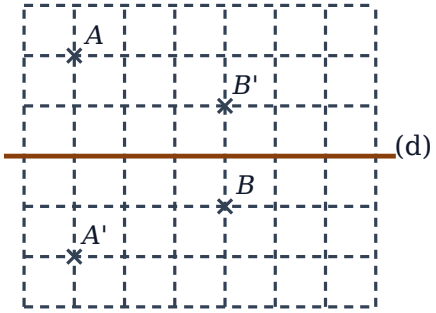
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— A est à 2 carreaux **au-dessus** de (d) : A' est dans la même colonne, à 2 carreaux **au-dessous**.
— B est à 1 carreau au-dessous de (d) : B' est dans la même colonne, à 1 carreau au-dessus.
— C est sur (d) : $C' = C$.

$$A : 2 \to 2 \qquad B : 1 \to 1 \qquad C' = C$$

— Piège : avec un axe horizontal, on ne bouge **pas** vers la gauche ou la droite ; le point et son symétrique ont toujours la même colonne.

Réponse. A' 2 carreaux sous (d), B' 1 carreau au-dessus, $C' = C$.



Les symétriques ; C' est confondu avec C

Correction de l’exercice 3 – Le symétrique d’un segment

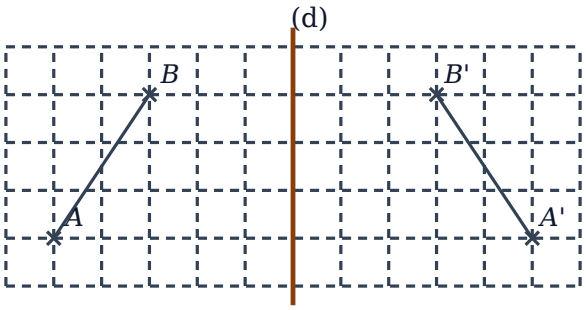
Un segment est déterminé par ses deux extrémités : on construit A' et B', puis on les relie.

— A est à 5 carreaux à gauche de (d) : A' est sur sa ligne, à 5 carreaux à droite.
— B est à 3 carreaux à gauche de (d) : B' est sur sa ligne, à 3 carreaux à droite.
— On trace le segment $[A'B']$.

$$A'B' = AB$$

— La symétrie ne change pas les longueurs : $[A'B']$ est aussi long que $[AB]$. Il penche dans l’autre sens : $[AB]$ monte vers la droite, $[A'B']$ monte vers la gauche.

Réponse. A' à 5 carreaux, B' à 3 carreaux à droite de (d) ; $A'B' = AB$.



Le segment [A'B']

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Un triangle loin de l’axe

On construit le symétrique de chacun des trois sommets, puis on relie.

— Sommet en bas à gauche : 5 carreaux à gauche de (d) → 5 carreaux à droite, sur la ligne du bas.

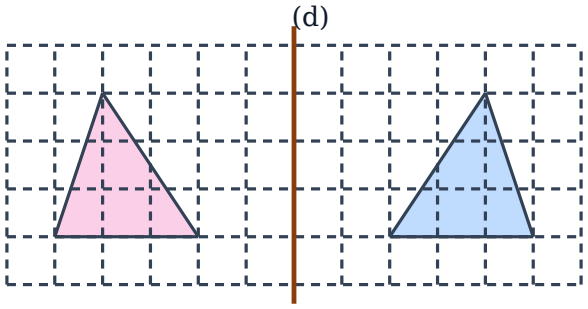
— Sommet en bas à droite : 2 carreaux à gauche de (d) → 2 carreaux à droite, sur la ligne du bas.

— Sommet du haut : 4 carreaux à gauche de (d) → 4 carreaux à droite, sur sa ligne.

$$5 \to 5 \qquad 2 \to 2 \qquad 4 \to 4$$

— On relie les trois nouveaux points. Contrôle : la base du triangle rose mesure 3 carreaux, celle du triangle bleu aussi ($5 - 2 = 3$). Le sommet du haut, qui penche vers la gauche dans le rose, penche vers la droite dans le bleu.

Réponse. Sommets images à 5, 2 et 4 carreaux à droite de (d).



Le triangle et son symétrique

Correction de l’exercice 5 – Un rectangle

— Les deux sommets de gauche sont à 4 carreaux de (d) : leurs symétriques sont à 4 carreaux à droite, sur les mêmes lignes.

— Les deux sommets de droite sont à 2 carreaux de (d) : leurs symétriques sont à 2 carreaux à droite.

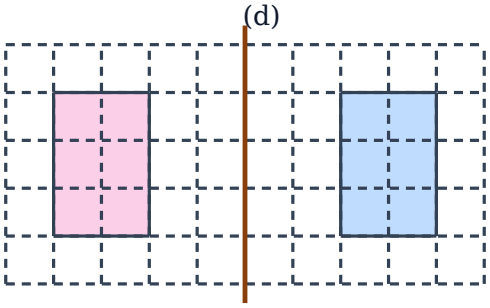
— On relie les quatre points : c’est encore un rectangle.

$$\text{largeur : } 4 - 2 = 2 \text{ carreaux} \qquad \text{hauteur : } 3 \text{ carreaux}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le symétrique d’un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions : 2 carreaux sur 3. Pour un rectangle, on peut aussi construire seulement deux sommets opposés et compléter avec les lignes du quadrillage.

Réponse. Un rectangle de 2 carreaux sur 3 carreaux.



Le rectangle et son symétrique

Correction de l’exercice 6 – Le drapeau dans le lac

L’axe est horizontal : chaque sommet garde sa colonne et passe sous (d), à la même distance.

— Le pied du mât est à 1 carreau au-dessus de l’eau : son reflet est à 1 carreau au-dessous.

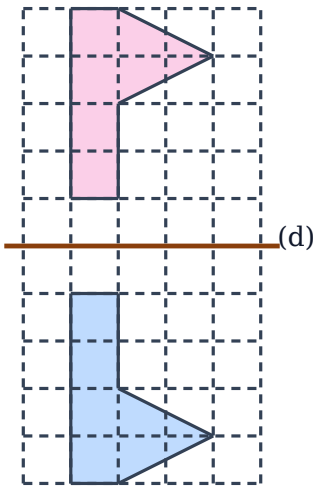
— La pointe du drapeau est à 4 carreaux au-dessus : son reflet est à 4 carreaux au-dessous.

— Le haut du mât est à 5 carreaux au-dessus : son reflet est à 5 carreaux au-dessous.

$$1 \to 1 \qquad 4 \to 4 \qquad 5 \to 5$$

— Chaque point garde sa colonne : la pointe reste à droite du mât. Le drapeau du reflet flotte donc **vers la droite**, mais il est **la tête en bas** : le haut du mât est devenu le bas du reflet.

Réponse. Vers la droite (le reflet est la tête en bas).



Le drapeau et son reflet

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Le robot

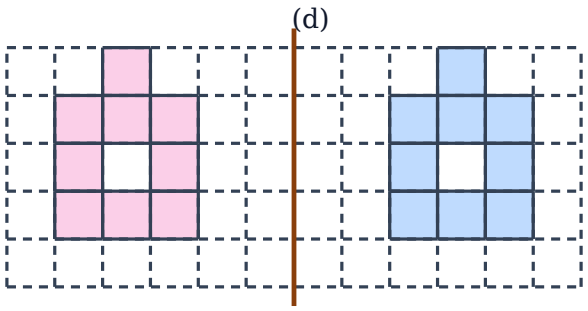
On travaille ligne par ligne, en comptant pour chaque carreau le nombre de carreaux qui le séparent de (d).

— Le côté droit de la tête est séparé de (d) par 2 carreaux : dans le symétrique, le côté gauche de la tête est séparé de (d) par 2 carreaux.
— Le côté gauche de la tête, à 4 carreaux de (d), devient le côté droit du symétrique, à 4 carreaux.
— L’œil (le carreau blanc) reste blanc, au milieu de la tête ; l’antenne reste au milieu, en haut.

$$3 + 2 + 3 + 1 = 9 \text{ carreaux}$$

— On colorie 9 carreaux, autant que la tête rose. La tête étant symétrique elle-même, son reflet lui ressemble exactement.

Réponse. 9 carreaux.



Le robot et son symétrique

Correction de l’exercice 8 – Les étapes dans l’ordre

On construit d’abord les points, un par un, puis on trace, et on vérifie à la fin.

— **1.** b) compter les carreaux entre le sommet et l’axe ;
— **2.** d) reporter ce nombre de l’autre côté et marquer le point ;
— **3.** e) recommencer avec les deux autres sommets ;
— **4.** a) relier les trois nouveaux points ;
— **5.** c) vérifier par le pliage.

$$\text{b} \to \text{d} \to \text{e} \to \text{a} \to \text{c}$$

— On ne relie qu’une fois les trois sommets construits : sinon on trace des côtés au hasard.

Réponse. b, d, e, a, c.

Correction de l’exercice 9 – Un triangle à cheval sur l’axe

La méthode ne change pas : chaque sommet passe de l’autre côté de (d), à la même distance, qu’il soit à gauche ou à droite.

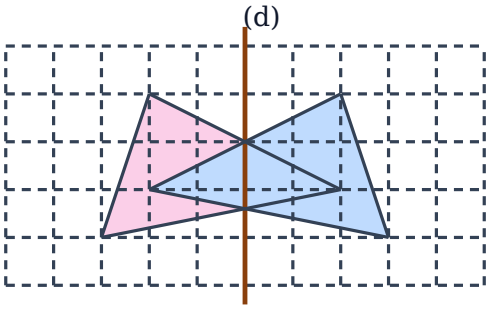
— Sommet du bas, à 3 carreaux à **gauche** de (d) → à 3 carreaux à **droite**.
— Sommet de droite, à 2 carreaux à **droite** de (d) → à 2 carreaux à **gauche**.
— Sommet du haut, à 2 carreaux à gauche de (d) → à 2 carreaux à droite.

$$3 \to 3 \qquad 2 \to 2 \qquad 2 \to 2$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les deux triangles se chevauchent : c’est normal quand la figure traverse l’axe. Le point où un côté coupe (d) ne bouge pas : les deux triangles s’y croisent.

Réponse. Les sommets images sont à 3 carreaux à droite, 2 à gauche et 2 à droite de (d).



Le triangle et son symétrique se chevauchent

Correction de l’exercice 10 – Un sommet sur l’axe

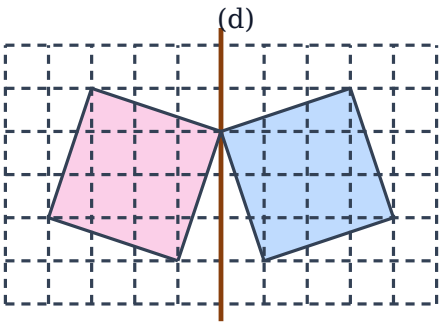
Le sommet de droite est **sur** (d) : il est son propre symétrique. On construit les trois autres.

— Sommet du haut : 3 carreaux à gauche de (d) → 3 carreaux à droite.
— Sommet de gauche : 4 carreaux à gauche → 4 carreaux à droite.
— Sommet du bas : 1 carreau à gauche → 1 carreau à droite.

$$3 \to 3 \qquad 4 \to 4 \qquad 1 \to 1$$

— Le sommet situé sur (d) appartient aux deux quadrilatères : c’est le seul point commun. Les deux figures se touchent en ce point, comme les deux ailes d’un papillon par leur corps.

Réponse. Le sommet situé sur (d).



Le quadrilatère et son symétrique

Correction de l’exercice 11 – L’erreur de construction

On contrôle les sommets un par un en comptant les carreaux jusqu’à (d).

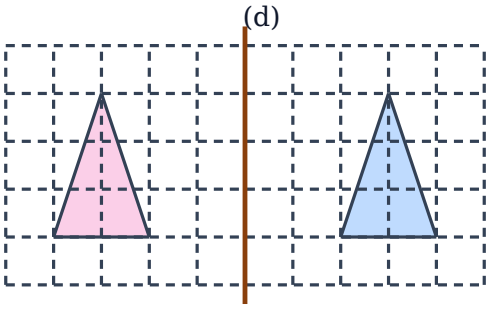
— Sommet rose en bas à gauche : 4 carreaux ; sommet bleu en face : 4 carreaux. Juste.
— Sommet rose en bas à droite : 2 carreaux ; sommet bleu en face : 2 carreaux. Juste.
— Sommet rose du haut : 3 carreaux de (d). Sommet bleu du haut : 2 carreaux seulement.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$3 \neq 2$$

— C’est le sommet du haut qui est faux : il fallait le placer sur la même ligne, à 3 carreaux à droite de (d), donc un carreau plus à droite. Le triangle d’Inès est d’ailleurs rectangle, alors que le triangle rose ne l’est pas : une figure et son symétrique ont toujours la même forme.

Réponse. Le sommet du haut : il doit être à 3 carreaux de (d), pas à 2.



La bonne construction

Correction de l’exercice 12 – La lettre F

— La barre verticale du F est séparée de (d) par 3 carreaux : son symétrique est une barre verticale séparée de (d) par 3 carreaux, à droite.

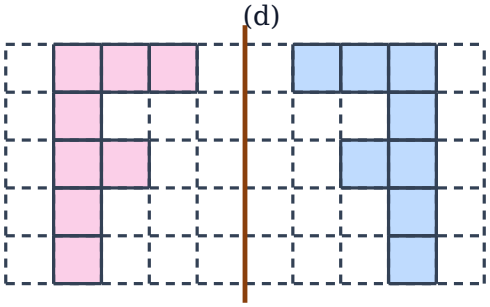
— Les barres du haut et du milieu partent vers la **droite**, vers l’axe : leurs symétriques partent vers la **gauche**, vers l’axe aussi.

— On colorie autant de carreaux que dans le F :

$$5 + 2 + 1 = 8 \text{ carreaux}$$

— On obtient un F **à l’envers**, comme écrit dans un miroir : ce n’est plus un vrai F. C’est normal : le F n’a pas d’axe de symétrie vertical, son symétrique ne lui ressemble pas exactement.

Réponse. Non : on obtient un F retourné, comme dans un miroir (8 carreaux).



Le F et son symétrique

Correction de l’exercice 13 – Deux morceaux, deux côtés

Chaque morceau passe de l’autre côté de l’axe.

— Le morceau de gauche (en bas) : son carreau le plus proche de (d) en est séparé par 2 carreaux ; son symétrique est à droite, sur les mêmes lignes, séparé de (d) par 2

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

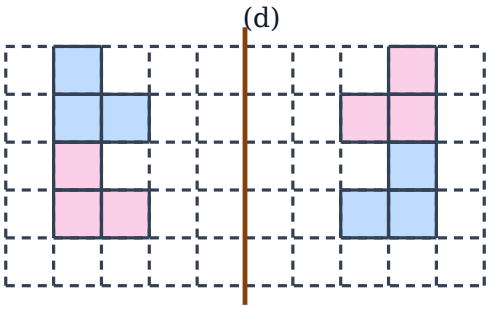
carreaux.

— Le morceau de droite (en haut) : son carreau le plus proche de (d) en est séparé par 2 carreaux ; son symétrique est à gauche, sur les mêmes lignes, séparé de (d) par 2 carreaux.

$$3 + 3 = 6 \text{ carreaux à colorier}$$

— Les morceaux « échangent » leurs côtés : il y a maintenant un morceau rose et un morceau bleu de chaque côté de (d). Chaque morceau bleu est retourné par rapport au morceau rose correspondant.

Réponse. 6 carreaux : chaque morceau passe de l'autre côté de (d).



Les deux morceaux et leurs symétriques

Correction de l'exercice 14 – Sur papier blanc

Sans quadrillage, on remplace le comptage des carreaux par deux instruments.

— **1.** Avec l'équerre, on trace la droite qui passe par A et qui est **perpendiculaire** à (d). Elle coupe (d) en un point H.

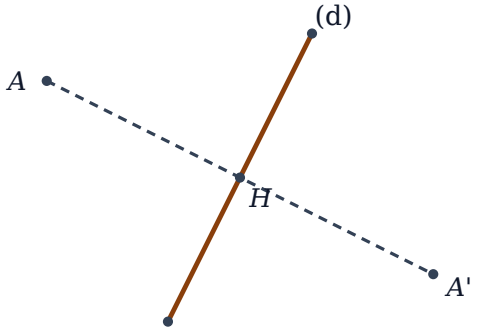
— **2.** On vérifie à la règle : $AH = 3$ cm.

— **3.** Sur cette droite, de l'autre côté de (d), on place A' à 3 cm de H.

$$AA' = AH + HA' = 3 + 3 = 6 \text{ cm}$$

— A et A' sont à 6 cm l'un de l'autre, et H est le milieu de $[AA']$. Contrôle : en pliant le long de (d), A doit tomber sur A'.

Réponse. Perpendiculaire à (d) par A, puis report de 3 cm de l'autre côté ; $AA' = 6$ cm.



La construction de A'

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le champignon

a) Chaque carreau garde sa colonne et passe sous (d), à la même distance.

b) On compte les carreaux du champignon : 1 pour le pied, 5 puis 3 pour le chapeau.

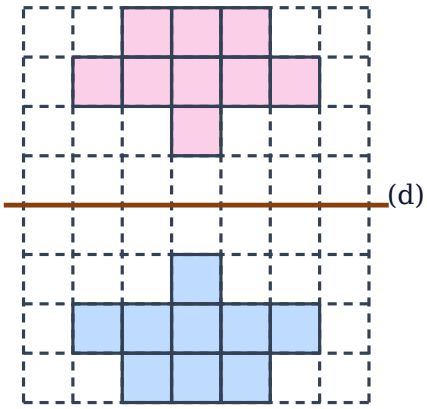
$$1 + 5 + 3 = 9 \text{ carreaux}$$

Le reflet a aussi 9 carreaux.

c) Le pied est séparé de (d) par 1 carreau ; le pied du reflet aussi, sous l’axe.

d) Le chapeau est plus loin de l’axe que le pied : dans le reflet, il est aussi plus loin de l’axe, donc **en bas**. Le reflet est un champignon la tête en bas, comme dans une vraie flaque.

Réponse. b) 9 carreaux · c) 1 carreau chacun · d) en bas.



Le champignon et son reflet

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).