Plaquette 5 – Problèmes de symétrie

Symétrie axiale — CM1

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce que la symétrie conserve, et ce qu'elle change.

— Elle conserve les longueurs, donc le périmètre d'un polygone, et le nombre de carreaux (l'aire).

$$A'B' = AB \qquad \text{périmètre de } F' = \text{périmètre de } F$$

— Elle retourne la figure, comme un miroir : ce qui est à gauche passe à droite (axe vertical), ce qui est en haut passe en bas (axe horizontal).

— Un point et son symétrique sont à la même distance de l'axe : s'il est à 3 carreaux, les deux points sont à $3 + 3 = 6$ carreaux l'un de l'autre.

— Une figure complétée par symétrie a deux fois plus de carreaux que sa moitié ; mais son périmètre n'est **pas** le double de celui de la moitié (les côtés collés à l'axe disparaissent).

— Une feuille pliée en deux, percée une fois, donne deux trous en la dépliant.

Correction de l'exercice 1 – L'ambulance

Le conducteur de la voiture de devant voit l'ambulance dans son **rétroviseur**, qui est un miroir : le mot écrit à l'envers apparaît alors à l'endroit, et il le lit tout de suite.

— Dans un miroir, chaque lettre est remplacée par sa symétrique par rapport à un axe vertical.

— Une lettre ne change pas si elle a un axe de symétrie vertical : c'est le cas de A, M et U.

— Le mot contient deux A, un M et un U.

$$2 + 1 + 1 = 4 \text{ lettres inchangées} \qquad 9 - 4 = 5 \text{ lettres retournées}$$

— B, L, N, C et E sont retournées dans le miroir. L'ordre des lettres est aussi inversé : on lit le mot de droite à gauche.

Réponse. Pour être lu dans un rétroviseur ; 4 lettres ne changent pas (A, M, U, A).

Correction de l'exercice 2 – L'horloge dans le miroir

Le miroir fait une symétrie d'axe **vertical**, qui passe par le 12 et le 6 du cadran : ces deux nombres ne bougent pas, la gauche et la droite sont échangées.

a) Le 2 est à 2 graduations d'heure à droite du 12 : son symétrique est à 2 graduations à gauche du 12, c'est le 10.

$$12 - 2 = 10$$

b) Le 4 est à 4 graduations à droite du 12 dans le miroir ; la vraie aiguille est à 4 graduations à gauche du 12 :

$$12 - 4 = 8$$

— Il est vraiment 8 h. Contrôle : 8 h vu dans un miroir donne $12 - 8 = 4$.

Réponse. a) sur le 10 · b) 8 h.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 3 – Des mesures qui ne changent pas

La symétrie axiale ne change pas les longueurs : le triangle retourné se superpose au triangle de départ en pliant.

a) $[B'C']$ est le symétrique de $[BC]$, il a la même longueur :

$$B'C' = BC = 4 \text{ cm}$$

b) De même $A'B' = 3$ cm et $A'C' = 6$ cm. Le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés :

$$3 + 4 + 6 = 13 \text{ cm}$$

— Le triangle $A'B'C'$ a le même périmètre que ABC : 13 cm. Seul son sens a changé.

Réponse. a) 4 cm · b) 13 cm.

Correction de l’exercice 4 – Le mot dans le miroir

Il faut deux conditions : chaque lettre doit avoir un axe de symétrie vertical (pour ne pas être retournée), et le mot doit se lire pareil de droite à gauche.

— Les lettres O, T, M, A, V ont toutes un axe vertical : aucune n’est retournée.

— On lit chaque mot de droite à gauche :

OTTO → OTTO TOTO → OTOT MAMA → AMAM AVA → AVA

— OTTO et AVA se lisent pareil dans le miroir. TOTO et MAMA deviennent OTOT et AMAM.

— Un mot comme ANNA se lit pareil à l’envers, mais le N est retourné dans le miroir : il ne convient pas.

Réponse. OTTO et AVA.

Correction de l’exercice 5 – Le mot dans le lac

Avec un axe horizontal, chaque lettre garde sa place de gauche à droite : l’ordre des lettres ne change pas. Seules les lettres sont retournées de haut en bas.

— B, O, X et E ont un axe de symétrie horizontal : leur reflet est la même lettre.

BOXE : 4 lettres sur 4 inchangées

— Dans l’eau, on lit donc encore BOXE, exactement.

— Pour LAC : le C a un axe horizontal, mais pas le L (sa barre est en bas, elle passe en haut) ni le A (sa pointe passe en bas). Le reflet n’est pas le mot LAC.

— À comparer avec le miroir vertical : là, l’ordre des lettres s’inverse.

Réponse. BOXE : oui, on lit BOXE ; LAC : non (seul le C est inchangé).

Correction de l’exercice 6 – Le jeu du miroir

La case symétrique est sur la **même ligne** (même numéro), de l’autre côté de l’axe, à la même distance.

— D est la colonne collée à l’axe à gauche, E celle collée à droite. On associe les colonnes deux par deux, en s’éloignant de l’axe :

D ↔ E C ↔ F B ↔ G A ↔ H

— a) B3 : la colonne B est à 2 colonnes de l’axe, sa symétrique est G. Léa joue en **G3**.

— b) E5 : E est collée à l’axe, sa symétrique est D. Léa joue en **D5**. A1 : A est la plus loin de l’axe, sa symétrique est H. Léa joue en **H1**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le numéro de ligne ne change jamais : l'axe est vertical.

Réponse. a) G3 · b) D5, puis H1.

Correction de l'exercice 7 – Distances sur une ligne

a) M' est à 4 carreaux à droite de (d) ; N' est à 1 carreau à **gauche** de (d), sur la même ligne.

b) M et M' sont de part et d'autre de l'axe, chacun à 4 carreaux :

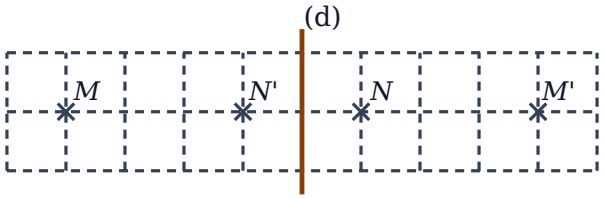
$$MM' = 4 + 4 = 8 \text{ carreaux}$$

M' est à 4 carreaux à droite de l'axe, N' à 1 carreau à gauche : ils sont de part et d'autre de l'axe.

$$M'N' = 4 + 1 = 5 \text{ carreaux}$$

— Contrôle : M et N sont aussi séparés de $4 + 1 = 5$ carreaux. Normal : $[M'N']$ est le symétrique de $[MN]$, il a la même longueur.

Réponse. b) $MM' = 8$ carreaux ; $M'N' = 5$ carreaux.



M' et N'

Correction de l'exercice 8 – Plier et percer

Chaque trou traverse toutes les épaisseurs de papier. En dépliant, chaque épaisseur donne un trou : les trous sont symétriques par rapport aux plis.

a) Deux épaisseurs, 3 trous dans chacune :

$$3 \times 2 = 6 \text{ trous}$$

b) Pliée deux fois, la feuille a 4 épaisseurs :

$$2 \times 4 = 8 \text{ trous}$$

— c) Pliée en deux, chaque trou en donne 2. On cherche le nombre qui, doublé, donne 10 : $5 \times 2 = 10$. Il faut faire 5 trous.

— Attention : un trou fait exactement **sur** le pli ne donne qu'un seul trou en dépliant.

Réponse. a) 6 trous · b) 8 trous · c) 5 trous.

Correction de l'exercice 9 – L'aire du vase

Chaque carreau mesure 1 cm de côté : son aire est de 1 cm². L'aire, en cm², est donc le nombre de carreaux.

— On compte les carreaux roses ligne par ligne, du bas vers le haut :

$$1 + 2 + 2 + 3 + 2 + 1 = 11 \text{ carreaux}$$

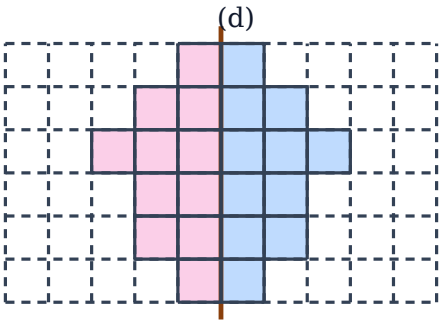
— La moitié gauche a une aire de 11 cm². La symétrie conserve le nombre de carreaux : la moitié droite aussi.

$$11 + 11 = 22 \text{ cm}^2$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le vase entier a une aire de 22 cm².

Réponse. 22 cm².



Le vase entier

Correction de l’exercice 10 – Le périmètre n’est pas doublé

Le périmètre est la longueur du tour de la figure.

a) Le tour de la moitié : 3 cm, 2 cm, 3 cm, 2 cm.

$$3 + 2 + 3 + 2 = 10 \text{ cm}$$

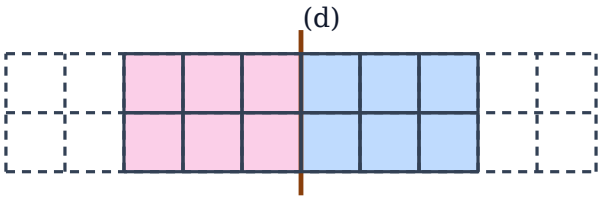
b) La figure complète est un rectangle de $3 + 3 = 6$ cm sur 2 cm :

$$6 + 2 + 6 + 2 = 16 \text{ cm}$$

— Ce n’est pas le double : $2 \times 10 = 20$ cm. Le côté de 2 cm collé à l’axe faisait partie du tour de la moitié, mais il est **à l’intérieur** de la figure complète : il ne compte plus, ni pour la moitié gauche, ni pour la moitié droite.

$$20 - 2 - 2 = 16 \text{ cm}$$

Réponse. a) 10 cm · b) 16 cm, pas le double (20 cm).



La figure complète : 6 cm sur 2 cm

Correction de l’exercice 11 – Le jardin à la française

a) Le massif de gauche commence à 2 m de l’allée et s’étend jusqu’à 6 m. Son symétrique s’étend de 2 m à 6 m à droite de l’allée, sur les mêmes lignes.

b) Chaque massif est à 2 m de l’allée, de part et d’autre :

$$2 + 2 = 4 \text{ m}$$

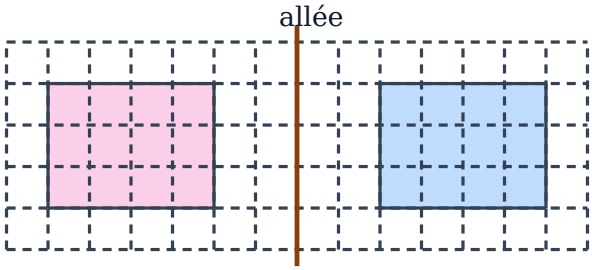
c) Un massif est un rectangle de 4 carreaux de long et 3 de large : 3 rangées de 4 carreaux.

$$4 + 4 + 4 = 12 \qquad 12 + 12 = 24 \text{ carreaux}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les deux massifs couvrent 24 carreaux de 1 m sur 1 m (on dit 24 mètres carrés).

Réponse. b) 4 m · c) 24 carreaux.



Les deux massifs

Correction de l’exercice 12 – Les ailes du papillon

Les deux ailes sont symétriques : elles ont la même largeur. On fait un schéma : aile, corps, aile.

a) On additionne les trois largeurs :

$$4 + 1 + 4 = 9 \text{ cm}$$

b) On enlève d’abord le corps : il reste la largeur des deux ailes.

$$11 - 1 = 10 \text{ cm}$$

Les deux ailes sont identiques : on partage 10 cm en deux parts égales, $5 + 5 = 10$. Chaque aile mesure 5 cm.

— Contrôle : $5 + 1 + 5 = 11$ cm. Le piège serait de partager 11 en deux sans enlever le corps.

Réponse. a) 9 cm · b) 5 cm.

Correction de l’exercice 13 – Le pont

Le milieu du pont est à 10 m de chaque extrémité, puisque $10 + 10 = 20$. C’est là que passe l’axe.

a) Pilier : $10 - 4 = 6$ m du milieu. Lampadaire : $10 - 7 = 3$ m du milieu.

b) Chaque symétrique est de l’autre côté du milieu, à la même distance :

$$\text{pilier : } 10 + 6 = 16 \text{ m} \qquad \text{lampadaire : } 10 + 3 = 13 \text{ m}$$

— Contrôle : le pilier de droite est à $20 - 16 = 4$ m de l’extrémité **droite**, comme celui de gauche est à 4 m de l’extrémité gauche. Même chose pour le lampadaire : $20 - 13 = 7$ m.

Réponse. a) 6 m et 3 m · b) 16 m et 13 m.

Correction de l’exercice 14 – Le logo à deux axes

On complète en deux étapes, une symétrie après l’autre.

— **1.** Symétrie par rapport à (d) : le quart en haut à gauche donne le quart en haut à droite.

— **2.** Symétrie par rapport à l’axe horizontal : la moitié du haut (les deux quarts) donne la moitié du bas.

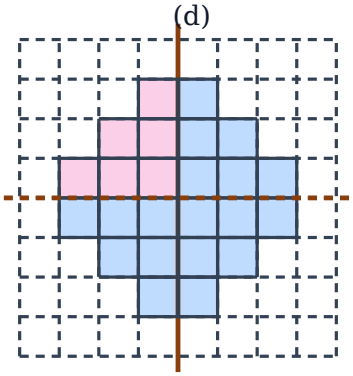
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On compte les carreaux du quart : $3 + 2 + 1 = 6$. Le logo a quatre quarts identiques :

$$6 + 6 + 6 + 6 = 24 \text{ carreaux}$$

— Le logo complet a la forme d'un losange en escalier. Contrôle : en pliant selon l'un ou l'autre axe, les deux moitiés se superposent.

Réponse. b) 24 carreaux.



Le logo complet

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : la fresque de l'école

a) On compte les carreaux de la moitié, du bas vers le haut : le tronc, puis les quatre rangées du feuillage.

$$2 + 4 + 5 + 4 + 2 = 17 \qquad 17 + 17 = 34 \text{ carreaux}$$

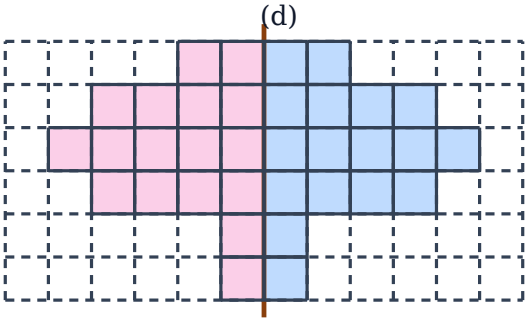
b) 3 pots permettent de peindre 30 carreaux : ce n'est pas assez pour 34. Avec 4 pots, on peut peindre 40 carreaux : c'est assez. Il faut acheter 4 pots (il restera de quoi peindre 6 carreaux).

c) Le carreau le plus à gauche est à 5 carreaux de l'axe ; de l'autre côté, le plus à droite aussi.

$$5 + 5 = 10 \text{ dm}$$

— 10 dm = 1 m : l'arbre mesure exactement 1 m de large.

Réponse. a) 34 carreaux · b) 4 pots · c) 10 dm, soit exactement 1 m.



L'arbre entier

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).