Plaquette 1 – Comparer et mesurer des aires

Aires et unités d’aire — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Mesurer une aire par pavage.

— Rectangle de 5 colonnes et 2 rangées : $2 \times 5 = 10$ carreaux.

— Triangle rectangle : c’est la moitié d’un rectangle.

$$\text{rectangle } 4 \times 2 = 8 \quad \Rightarrow \quad \text{triangle} = 8 \div 2 = 4 \text{ carreaux}$$

— Figure compliquée : on la découpe en morceaux simples et on ajoute les aires, ou on part d’un grand rectangle et on retire ce qui manque.

— Si l’unité change, le nombre qui mesure l’aire change aussi.

Correction de l’exercice 1 – Compter pour comparer

On compte les carreaux, rangée par rangée.

— A : 2 rangées de 5 carreaux, soit 10 carreaux.

— B : 3 rangées de 3 carreaux, soit 9 carreaux.

$$2 \times 5 = 10 > 3 \times 3 = 9$$

— A a la plus grande aire, d’un carreau, même si B paraît plus « gros » parce qu’il est plus haut.

Réponse. A (10 carreaux contre 9).

Correction de l’exercice 2 – Des demi-carreaux

Le triangle A est la moitié d’un rectangle de 4 carreaux sur 2 (coupé par sa diagonale).

$$4 \times 2 = 8 \qquad 8 \div 2 = 4 \text{ carreaux}$$

— Le carré B a $2 \times 2 = 4$ carreaux.

— Les deux figures ont la même aire, 4 carreaux, alors qu’elles n’ont pas la même forme.

Réponse. A : 4 carreaux ; B : 4 carreaux. Même aire.

Correction de l’exercice 3 – Changer d’unité

a) 4 rangées de 6 carreaux : 24 carreaux.

b) Un domino u vaut 2 carreaux : $24 \div 2 = 12$ dominos.

c) Un carré v vaut 4 carreaux : $24 \div 4 = 6$ carrés.

$$24 \text{ carreaux} = 12\,u = 6\,v$$

— La surface est la même ; seul le nombre change, car l’unité change. Plus l’unité est grande, plus le nombre est petit.

Réponse. a) 24 carreaux · b) $12\,u$ · c) $6\,v$.

Correction de l’exercice 4 – Une figure en L

— Méthode 1 : on découpe en deux rectangles. En bas : $5 \times 2 = 10$ carreaux ; en haut à gauche : $2 \times 2 = 4$ carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$10 + 4 = 14 \text{ carreaux}$$

— Méthode 2 : on complète en un rectangle de $5 \times 4 = 20$ carreaux, puis on retire le morceau vide en haut à droite : $3 \times 2 = 6$ carreaux. On obtient $20 - 6 = 14$.
— Les deux méthodes donnent 14 carreaux.

Réponse. 14 carreaux.

Correction de l’exercice 5 – Le carré troué

On part du carré plein et on retire le trou.

$$5 \times 5 - 3 = 25 - 3 = 22 \text{ carreaux}$$

— Le carré plein a 5 rangées de 5 carreaux, soit 25 carreaux.
— Le trou compte 3 carreaux.
— Vérification en comptant les rangées : $5 + 5 + 2 + 5 + 5 = 22$.

Réponse. 22 carreaux.

Correction de l’exercice 6 – Le parallélogramme

On coupe le long de la verticale qui descend du sommet en haut à gauche : on détache un triangle, que l’on recolle à droite. On obtient un rectangle.

— Ce rectangle a 4 carreaux de long (la base du parallélogramme) et 3 de haut.

$$4 \times 3 = 12 \text{ carreaux}$$

— Déplacer un morceau ne change pas l’aire : le parallélogramme a donc aussi 12 carreaux.

Réponse. 12 carreaux.

Correction de l’exercice 7 – Aire et périmètre

— Aires : A a $2 \times 6 = 12$ carreaux, B a $3 \times 4 = 12$ carreaux. Même aire : 12 cm².
— Périmètres : on fait le tour.

$$\text{A} : 6 + 2 + 6 + 2 = 16 \text{ cm} \qquad \text{B} : 4 + 3 + 4 + 3 = 14 \text{ cm}$$

— Même aire, mais pas le même périmètre : l’aire mesure la surface, le périmètre la longueur du tour.

Réponse. Même aire (12 cm²) ; périmètres 16 cm et 14 cm.

Correction de l’exercice 8 – Estimer des surfaces

On imagine combien de fois une surface « tient » dans l’autre.

— Un timbre tient de nombreuses fois sur une page de cahier.
— Plusieurs pages de cahier recouvrent une table ; beaucoup de tables recouvrent le sol de la classe ; le terrain de football est bien plus grand qu’une classe.

$$\text{timbre} < \text{page} < \text{table} < \text{classe} < \text{terrain}$$

— Pour estimer une aire, il est utile de connaître quelques surfaces de référence.

Réponse. Timbre, page, table, classe, terrain.

Correction de l’exercice 9 – Le losange

Le rectangle qui entoure le losange a 4 carreaux de large et 6 de haut : $4 \times 6 = 24$ carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les diagonales découpent ce rectangle en 8 triangles identiques ; 4 sont dans le losange, 4 dehors.

$$24 \div 2 = 12 \text{ carreaux}$$

— Le losange occupe exactement la moitié du rectangle : son aire est 12 carreaux.

Réponse. 12 carreaux.

Correction de l’exercice 10 – Construire des figures

Plusieurs réponses sont possibles. Par exemple :

— un rectangle de 8 carreaux sur 1 : $1 \times 8 = 8$;
— un rectangle de 4 carreaux sur 2 : $2 \times 4 = 8$;
— un L formé d’un rectangle 3×2 et d’un rectangle 2×1 : $6 + 2 = 8$.

$$1 \times 8 = 2 \times 4 = 6 + 2 = 8$$

— On vérifie chaque figure en comptant ses carreaux.

Réponse. Par exemple 8×1, 4×2 et un L de $6 + 2$ carreaux.

Correction de l’exercice 11 – Le triangle

On trace la verticale qui descend du sommet du haut : elle coupe le triangle en deux triangles rectangles.

— À gauche : moitié d’un rectangle 2×4, soit $8 \div 2 = 4$ carreaux.
— À droite : moitié d’un rectangle 4×4, soit $16 \div 2 = 8$ carreaux.

$$4 + 8 = 12 = (6 \times 4) \div 2$$

— Le triangle a 12 carreaux : la moitié du rectangle de 6 sur 4 qui l’entoure.

Réponse. 12 carreaux.

Correction de l’exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : le triangle et le carré de l’exercice 2 ont tous deux 4 carreaux.
b) **Vrai** : c’est le principe du découpage-recollage.
c) **Vrai** : 24 carreaux font 12 dominos de 2 carreaux.
d) **Faux** : les rectangles 6×2 et 4×3 ont la même aire mais des périmètres de 16 cm et 14 cm.

$$6 \times 2 = 4 \times 3 = 12$$

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 13 – Qui a raison ?

Non. La longueur ne suffit pas : il faut compter toute la surface.

— A : 1 rangée de 8 carreaux, soit 8 carreaux.
— B : 3 rangées de 3 carreaux, soit 9 carreaux.

$$8 < 9$$

— C’est B qui a la plus grande aire. En revanche, A a le plus grand périmètre : $8 + 1 + 8 + 1 = 18$ contre 12 pour B.

Réponse. Non : B a 9 carreaux, A seulement 8.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – La maison

On découpe la maison en deux parties.

— Le mur est un carré de 4 carreaux de côté : $4 \times 4 = 16$ carreaux.

— Le toit est un triangle de base 4 et de hauteur 2 : c’est la moitié d’un rectangle 4×2, soit $8 \div 2 = 4$ carreaux.

$$16 + 4 = 20 \text{ carreaux}$$

— La maison a une aire de 20 carreaux.

Réponse. 20 carreaux.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le bateau

a) La coque = un rectangle central $6 \times 2 = 12$ carreaux, plus deux petits triangles aux bouts, chacun moitié d’un rectangle 1×2, soit 1 carreau. Coque : $12 + 1 + 1 = 14$ carreaux.

b) La voile est un triangle rectangle de côtés 3 et 4 : moitié d’un rectangle 3×4.

$$(3 \times 4) \div 2 = 6 \text{ carreaux}$$

c) Aire totale : $14 + 6 = 20$ carreaux.

Réponse. a) 14 · b) 6 · c) 20 carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).