Plaquette 3 – Programmes de calcul : exécuter et remonter

Initiation à l'algèbre — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Programmes de calcul.

— Programme A : « choisir un nombre ; multiplier par 3 ; ajouter 5 ». Avec 4 : $4 \times 3 = 12$, puis $12 + 5 = 17$.

$$4 \xrightarrow{\times 3} 12 \xrightarrow{+5} 17$$

— Remonter : $26 \xrightarrow{-5} 21 \xrightarrow{\div 3} 7$. Le nombre de départ était 7.

— On peut écrire le programme en une ligne : $\square \times 3 + 5$.

— Contrôle : on exécute le programme avec le nombre retrouvé.

Correction de l'exercice 1 – Exécuter le programme A

On applique les deux étapes dans l'ordre.

a) $4 \times 3 = 12$; $12 + 5 = 17$.

b) $10 \times 3 = 30$; $30 + 5 = 35$.

c) $2{,}5 \times 3 = 7{,}5$; $7{,}5 + 5 = 12{,}5$.

$$2{,}5 \xrightarrow{\times 3} 7{,}5 \xrightarrow{+5} 12{,}5$$

— Écrit en une ligne : $2{,}5 \times 3 + 5 = 12{,}5$.

Réponse. a) 17 · b) 35 · c) 12,5.

Correction de l'exercice 2 – Trois étapes

— Avec 5 : $5 + 6 = 11$; $11 \times 2 = 22$; $22 - 4 = 18$.

— Avec 0 : $0 + 6 = 6$; $6 \times 2 = 12$; $12 - 4 = 8$.

$$5 \xrightarrow{+6} 11 \xrightarrow{\times 2} 22 \xrightarrow{-4} 18$$

— En une ligne, il faut des parenthèses : $(5 + 6) \times 2 - 4 = 18$. Sans elles, on ne multiplierait que le 6.

Réponse. 18 ; 8.

Correction de l'exercice 3 – Multiplier puis diviser

— Avec 6 : $6 \times 10 = 60$; $60 \div 4 = 15$.

— Avec 1 : $1 \times 10 = 10$; $10 \div 4 = 2{,}5$.

$$6 \xrightarrow{\times 10} 60 \xrightarrow{\div 4} 15$$

— Remarque : multiplier par 10 puis diviser par 4 revient à multiplier par 2,5 : $6 \times 2{,}5 = 15$.

Réponse. 15 ; 2,5.

Correction de l'exercice 4 – Remonter le programme A

On part du résultat et on défait les étapes à l'envers : d'abord « +5 », puis « ×3 ».

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$26 \xrightarrow{-5} 21 \xrightarrow{\div 3} 7$$

— Lina avait choisi 7.
— Vérification : $7 \times 3 + 5 = 21 + 5 = 26$.
— Phrase réponse : Lina avait choisi le nombre 7.

Réponse. 7.

Correction de l'exercice 5 – Remonter le programme B

On défait les trois étapes dans l'ordre inverse.

$$30 \xrightarrow{+4} 34 \xrightarrow{\div 2} 17 \xrightarrow{-6} 11$$

— Hugo avait choisi 11.
— Vérification : $11 + 6 = 17$; $17 \times 2 = 34$; $34 - 4 = 30$.
— Phrase réponse : Hugo avait choisi le nombre 11.

Réponse. 11.

Correction de l'exercice 6 – Le tableau de résultats

On calcule pour chaque nombre : $1 \times 3 + 5 = 8$, etc.

Nombre choisi	1	2	3	4	5
Résultat	8	11	14	17	20

— Quand le nombre choisi augmente de 1, le résultat augmente de 3 (car on multiplie par 3).

$$11 - 8 = 14 - 11 = 3$$

Réponse. 8, 11, 14, 17, 20 : on ajoute 3 à chaque fois.

Correction de l'exercice 7 – La machine à nombres

— Entrée 3 : $3 \times 4 = 12$, puis $12 - 1 = 11$.
— Entrée 0,5 : $0{,}5 \times 4 = 2$, puis $2 - 1 = 1$.
— Sortie 19 : on remonte.

$$19 \xrightarrow{+1} 20 \xrightarrow{\div 4} 5$$

— Il faut entrer 5. Vérification : $5 \times 4 - 1 = 20 - 1 = 19$.
— Pour remonter, on a fait « +1 » puis « ÷4 » : les opérations inverses, dans l'ordre inverse.

Réponse. 11 ; 1 ; il faut entrer 5.

Correction de l'exercice 8 – Avec des décimaux

— Avec 1,25 : $1{,}25 \times 2 = 2{,}5$; $2{,}5 + 0{,}5 = 3$.
— Remonter à partir de 8,5 :

$$8{,}5 \xrightarrow{-0{,}5} 8 \xrightarrow{\div 2} 4$$

— Le nombre de départ était 4. Vérification : $4 \times 2 + 0{,}5 = 8{,}5$.
— Attention à bien retirer 0,5 avant de diviser par 2 : c'est la dernière étape faite.

Réponse. 3 ; 4.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 9 – Un programme qui multiplie par 5

— Avec 3 : $3 + 4 = 7$; $7 \times 5 = 35$; $35 - 20 = 15$.
— Avec 7 : $7 + 4 = 11$; $11 \times 5 = 55$; $55 - 20 = 35$.

$$15 = 5 \times 3 \qquad 35 = 5 \times 7$$

— On obtient toujours 5 fois le nombre de départ : les 4 ajoutés deviennent 20 après la multiplication par 5, et on les retire ensuite.

Réponse. 15 et 35 : le résultat est 5 fois le nombre choisi.

Correction de l'exercice 10 – Un programme qui ne sert à rien ?

— Avec 8 : 16 ; 26 ; 13 ; 8.
— Avec 13 : 26 ; 36 ; 18 ; 13.

$$8 \to 16 \to 26 \to 13 \to 8$$

— On retrouve toujours le nombre de départ ! En divisant par 2, on défait le « ×2 » et on transforme « +10 » en « +5 », que l'on retire ensuite.

Réponse. On retrouve le nombre de départ (8 et 13).

Correction de l'exercice 11 – Remonter avec des décimaux

On défait les étapes à l'envers : « $-1{,}5$ » devient « $+1{,}5$ », « ×4 » devient « ÷4 ».

$$8{,}5 \xrightarrow{+1{,}5} 10 \xrightarrow{\div 4} 2{,}5$$

— Le nombre de départ était 2,5.
— Vérification : $2{,}5 \times 4 = 10$; $10 - 1{,}5 = 8{,}5$.

Réponse. 2,5.

Correction de l'exercice 12 – L'erreur de Léo

Léo défait les étapes dans le **mauvais ordre**. La dernière étape faite est « +5 » : c'est elle qu'on défait en premier.

$$26 \xrightarrow{-5} 21 \xrightarrow{\div 3} 7$$

— Avec la méthode de Léo : $26 \div 3 = 8{,}66\ldots$, puis -5 donne environ 3,67, qui ne marche pas ($3{,}67 \times 3 + 5 \neq 26$).
— Comme pour s'habiller et se déshabiller : on enlève d'abord ce qu'on a mis en dernier.

Réponse. Mauvais ordre : il faut d'abord retirer 5, puis diviser par 3 (7).

Correction de l'exercice 13 – Deux programmes jumeaux

On calcule dans un tableau.

Nombre	P	Q
1	$(1 + 2) \times 3 = 9$	$1 \times 3 + 6 = 9$
4	18	18
10	36	36

— Les deux programmes donnent toujours le même résultat : multiplier « $\square + 2$ » par 3, c'est multiplier $\square$ par 3 et 2 par 3.

$$(\square + 2) \times 3 = \square \times 3 + 6$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Mêmes résultats (9, 18, 36) : les programmes sont équivalents.

Correction de l'exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.
b) **Vrai** : $0 \times 3 + 5 = 5$.
c) **Faux** : avec 1 : $(1 + 6) \times 2 = 14$, mais $1 \times 2 + 6 = 8$.
d) **Vrai**.

$$(1 + 6) \times 2 = 14 \neq 1 \times 2 + 6 = 8$$

— En c), l'ordre des étapes change le résultat : dans le premier programme, le 6 ajouté est aussi multiplié par 2.
— En d), diviser par 4 puis multiplier par 4 redonne le nombre de départ.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : le tour de magie

a) Avec 3 : 10 ; 20 ; 16 ; 8 ; $8 - 3 = 5$. Avec 10 : 17 ; 34 ; 30 ; 15 ; 5. Avec 21 : 28 ; 56 ; 52 ; 26 ; 5.

$$3 \to 10 \to 20 \to 16 \to 8 \to 5$$

— b) On trouve toujours 5 ! Après « $\times 2$ » puis « $\div 2$ », il reste le nombre $+7 - 2$, c'est-à-dire le nombre $+5$; en retirant le nombre de départ, il reste 5.
— Le magicien connaît donc la réponse sans connaître le nombre choisi.

Réponse. On obtient toujours 5.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).