Plaquette 5 – Suites de motifs : prévoir un motif lointain

Initiation à l'algèbre — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Du motif au calcul.

— Motif en L numéro n : une colonne de n carreaux et une ligne de n carreaux, le coin compté une seule fois : $n + n - 1$ carreaux.

$$\text{motif } 50 : 50 + 50 - 1 = 99$$

— Si l'on ajoute toujours le même nombre (ici 2), la suite grandit régulièrement ; sinon (carrés pleins : +3, +5, +7…), il faut regarder la forme.

— Attention : le motif 10 n'a pas, en général, 10 fois plus de carreaux que le motif 1.

Correction de l'exercice 1 – Des motifs en L

— a) Motif 2 : 3 carreaux ; motif 3 : 5 ; motif 4 : 7. On ajoute 2 carreaux à chaque motif (un en haut, un à droite).

— b) Motif 5 : $7 + 2 = 9$ carreaux.

— Motif 50 : une colonne de 50 et une ligne de 50, le coin compté une fois.

$$50 + 50 - 1 = 99$$

— Le motif 50 a 99 carreaux. Contrôle avec le motif 4 : $4 + 4 - 1 = 7$.

Réponse. a) 3, 5, 7 : +2 · b) 9 ; 99.

Correction de l'exercice 2 – Retrouver le numéro du motif en L

Le motif n a $2 \times n - 1$ carreaux. On remonte : on ajoute 1, puis on divise par 2.

$$39 + 1 = 40 \qquad 40 \div 2 = 20$$

— C'est le motif 20 : $20 + 20 - 1 = 39$.

— Pour 101 : $101 + 1 = 102$, $102 \div 2 = 51$: c'est le motif 51 ($51 + 51 - 1 = 101$).

— Un motif en L a toujours un nombre impair de carreaux.

Réponse. Motif 20 ; motif 51.

Correction de l'exercice 3 – Des motifs en T

a) Motif 1 : $3 + 1 = 4$; motif 2 : $5 + 2 = 7$; motif 3 : $7 + 3 = 10$. On ajoute 3 carreaux à chaque fois : 2 sur la barre et 1 au pied.

b) Motif 10 : la barre a $2 \times 10 + 1 = 21$ carreaux et le pied 10.

$$21 + 10 = 31$$

— Contrôle en continuant la suite : 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31 pour les motifs 3 à 10.

Réponse. a) 4, 7, 10 · b) 31 carreaux.

Correction de l'exercice 4 – Quel T a 61 carreaux ?

On remonte le calcul « ×3 puis +1 ».

$$61 - 1 = 60 \qquad 60 \div 3 = 20$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— C'est le motif 20.
— Sa barre a $2 \times 20 + 1 = 41$ carreaux et son pied 20 carreaux.
— Vérification : $41 + 20 = 61$.
— On peut aussi vérifier la formule sur le motif 2 : $3 \times 2 + 1 = 7$.

Réponse. Le motif 20 : barre de 41, pied de 20.

Correction de l'exercice 5 – Des croix

a) Motif 1 : $1 + 4 = 5$; motif 2 : $1 + 8 = 9$; motif 3 : $1 + 12 = 13$. On ajoute 4 carreaux (un par bras).
b) Motif 25 : le centre plus 4 bras de 25 carreaux.

$$1 + 4 \times 25 = 1 + 100 = 101$$

— Le motif 25 a 101 carreaux. Contrôle avec le motif 3 : $1 + 4 \times 3 = 13$.

Réponse. a) 5, 9, 13 · b) 101 carreaux.

Correction de l'exercice 6 – Des cadres

a) Motif 1 : 8 ; motif 2 : 12 ; motif 3 : 16. On ajoute 4 carreaux à chaque fois.
b) Le motif 10 a 12 carreaux de côté. Méthode 1 : un grand carré plein moins le trou.

$$12 \times 12 - 10 \times 10 = 144 - 100 = 44$$

— Méthode 2 : 4 côtés de 10 carreaux, plus les 4 coins : $4 \times 10 + 4 = 44$.
— Les deux méthodes donnent 44 carreaux.

Réponse. a) 8, 12, 16 · b) 44 carreaux.

Correction de l'exercice 7 – L'erreur de Tom

Non. Le nombre de carreaux ne double pas quand le numéro double, à cause des 4 coins qui restent toujours 4.

$$\text{motif 5 : } 4 \times 5 + 4 = 24 \qquad \text{motif 10 : } 4 \times 10 + 4 = 44$$

— Le motif 10 a 44 carreaux, pas 48.
— En doublant 24, Tom compte les 4 coins deux fois : $48 - 44 = 4$.
— Il faut toujours revenir à la construction du motif.

Réponse. Non : le motif 10 a 44 carreaux.

Correction de l'exercice 8 – Des carrés pleins

a) 1, 4, 9 : on ajoute 3, puis 5 (et ensuite 7, 9…). Ce n'est pas toujours le même nombre.
b) Motif 6 : $6 \times 6 = 36$; motif 10 : $10 \times 10 = 100$.
c) On cherche un nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144.

$$12 \times 12 = 144$$

— C'est le motif 12. Ici, la forme (un carré) est plus utile que les écarts.

Réponse. a) 1, 4, 9 : non · b) 36 ; 100 · c) motif 12.

Correction de l'exercice 9 – Des escaliers

a) 1 ; $1 + 2 = 3$; $3 + 3 = 6$; $6 + 4 = 10$. On ajoute une colonne de plus en plus haute.
b) Le motif 10 a $1 + 2 + 3 + \ldots + 10$ carreaux. On regroupe les colonnes par deux : $1 + 10$, $2 + 9$, $3 + 8$, $4 + 7$, $5 + 6$.

$$5 \times 11 = 55$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le motif 10 a 55 carreaux.

Réponse. a) 1, 3, 6, 10 · b) 55 carreaux.

Correction de l’exercice 10 – Des rectangles

a) $1 \times 2 = 2$; $2 \times 3 = 6$; $3 \times 4 = 12$.

b) Motif 10 : 10 colonnes et 11 rangées.

$$10 \times 11 = 110$$

c) Les rectangles ont deux fois plus de carreaux que les escaliers : $2 = 2 \times 1$, $6 = 2 \times 3$, $12 = 2 \times 6$, $110 = 2 \times 55$. En effet, deux escaliers identiques, dont l’un est retourné, s’emboîtent en un rectangle.

Réponse. a) 2, 6, 12 · b) 110 · c) le double des escaliers.

Correction de l’exercice 11 – Les allumettes

a) 4, 7, 10 : chaque nouveau carré ajoute 3 allumettes (le côté gauche est déjà posé).

b) Une allumette de départ, puis 3 par carré :

$$1 + 3 \times 30 = 91$$

— c) On remonte : $100 - 1 = 99$, puis $99 \div 3 = 33$. On peut faire 33 carrés, sans allumette restante.

— Vérification : $1 + 3 \times 33 = 100$.

Réponse. a) 4, 7, 10 · b) 91 · c) 33 carrés.

Correction de l’exercice 12 – Une frise de couleurs

Le bloc « rouge, bleu, bleu, vert » a 4 cases. On divise le numéro par 4 : le reste donne la place dans le bloc.

$$50 = 4 \times 12 + 2$$

a) La 50^{e} case est la 2^{e} du 13^{e} bloc : **bleu**. $100 = 4 \times 25$: la 100^{e} case termine le 25^{e} bloc : **vert**.

b) Les 48 premières cases forment 12 blocs complets, donc 12 cases vertes ; les cases 49 (rouge) et 50 (bleu) n’en ajoutent pas. Il y a 12 cases vertes.

Réponse. a) bleu ; vert · b) 12 cases vertes.

Correction de l’exercice 13 – Deux suites qui se croisent

On calcule chaque case avec la formule.

Motif n	1	2	3	4	5	6
Léa	4	7	10	13	16	19
Tom	8	10	12	14	16	18

$$3 \times 5 + 1 = 16 = 2 \times 5 + 6$$

— Au motif 5, ils ont tous les deux 16 carreaux.

— Ensuite, Léa gagne 3 carreaux par motif et Tom seulement 2 : Léa en a toujours plus.

Réponse. Égalité au motif 5 (16) ; ensuite Léa en a plus.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : $1 + 4 \times 10 = 41$.
b) **Faux** : on ajoute 3, puis 5, puis 7 (1, 4, 9, 16).
c) **Vrai** : $100 + 100 - 1 = 199$.
d) **Faux** : le cadre 1 a 8 carreaux et le cadre 2 en a 12, pas 16.

$$4 \times 2 + 4 = 12 \neq 2 \times 8$$

— Doubler le numéro ne double pas le nombre de carreaux.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : des pyramides

a) 1 ; $3 + 1 = 4$; $5 + 3 + 1 = 9$. On retrouve les carrés pleins : 1×1, 2×2, 3×3.
b) Motif 4 : $7 + 5 + 3 + 1 = 16 = 4 \times 4$. Motif 10 : la somme des nombres impairs de 1 à 19.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + 19 = 10 \times 10 = 100$$

— c) $20 \times 20 = 400$: c’est le motif 20 (rangée du bas : 39 carreaux).
— On peut découper une pyramide et la réarranger en carré.

Réponse. a) 1, 4, 9 · b) 16 ; 100 · c) motif 20.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).