Plaquette 4 – Multiplier une fraction par un entier

Les fractions — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Entier × fraction.

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

— On multiplie le numérateur par l'entier ; on garde le dénominateur.

— Cas particulier : $5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$; plus généralement, le dénominateur fois « un sur ce dénominateur » donne 1.

— $6 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (six moitiés font trois unités).

— Ne jamais multiplier le dénominateur : $3 \times \frac{2}{5} \neq \frac{6}{15}$.

Correction de l'exercice 1 – Trois fois deux cinquièmes

$3 \times \frac{2}{5}$, c'est $\frac{2}{5}$ trois fois :

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2+2}{5} = \frac{6}{5}$$

— En tout, 6 cinquièmes (on compte les parts coloriées sur les trois bandes).

— $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$: un peu plus d'une unité.

Réponse. $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$.

Correction de l'exercice 2 – Calculer directement

On multiplie le numérateur par l'entier et on garde le dénominateur.

a) $4 \times \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1 + \frac{4}{8}$.

b) $2 \times \frac{7}{10} = \frac{14}{10} = 1 + \frac{4}{10}$.

c) $5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$, et $10 = 3 \times 3 + 1$:

$$\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$$

Réponse. a) $\frac{12}{8}$ · b) $\frac{14}{10}$ · c) $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 3 – Faire une unité

On multiplie les numérateurs :

$$5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1 \qquad 8 \times \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1 \qquad 10 \times \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

— On obtient toujours 1 : si on partage l'unité en 5 parts, il faut 5 parts pour la reconstituer.

— C'est la définition même d'un cinquième (ou d'un huitième, d'un dixième).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. 1 à chaque fois.

Correction de l’exercice 4 – Des moitiés

Deux moitiés font une unité.

a) $6 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

b) $7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ (trois et demi).

c) $4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

$$\frac{12}{2} = 6 \qquad \text{car } 2 \times 6 = 12$$

— Multiplier par $\frac{1}{2}$ revient à prendre la moitié : la moitié de 6 est 3.

Réponse. a) 3 · b) $\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ · c) 6.

Correction de l’exercice 5 – Les bouteilles

3 bouteilles de $\frac{3}{4}$ L :

$$3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \text{ L}$$

— $9 = 4 \times 2 + 1$: $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$ L.

— Il y a 2 litres et un quart de jus, un peu plus de 2 litres.

— Contrôle : $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$; et $\frac{8}{4} = 2$, donc $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$.

Réponse. $\frac{9}{4}$ L $= 2 + \frac{1}{4}$ L.

Correction de l’exercice 6 – Les tours de piste

— 5 tours :

$$5 \times \frac{2}{10} = \frac{10}{10} = 1 \text{ km}$$

— 8 tours : $8 \times \frac{2}{10} = \frac{16}{10} = 1 + \frac{6}{10}$ km.

— En 5 tours, Tom parcourt exactement 1 km.

— Contrôle : 8 tours, c’est 5 tours (1 km) plus 3 tours ($\frac{6}{10}$ km), soit $1 + \frac{6}{10}$ km.

Réponse. 1 km ; $\frac{16}{10}$ km.

Correction de l’exercice 7 – Les morceaux de ruban

Longueur totale :

$$7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \text{ m}$$

— On compare à 2 m $= \frac{8}{4}$ m : $\frac{7}{4} < \frac{8}{4}$.

— Le rouleau de 2 m suffit ; il restera $\frac{1}{4}$ m.

— Contrôle : 7 morceaux d’un quart de mètre, c’est 4 quarts (1 m) et 3 quarts.

Réponse. $\frac{7}{4}$ m ; oui, il reste $\frac{1}{4}$ m.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Plus ou moins que 1 ?

On compte le nombre de parts obtenues et on le compare au dénominateur.

a) 3 quarts : moins de 4 quarts, **plus petit que** 1.
b) 4 quarts : **égal à** 1.
c) 5 quarts : **plus grand que** 1.
d) 6 cinquièmes :

$$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} > 1$$

Réponse. a) < 1 · b) $= 1$ · c) > 1 · d) > 1.

Correction de l’exercice 9 – Combien de fois ?

On cherche l’entier qui, multiplié par $\frac{1}{3}$, donne le résultat voulu.

a) $1 = \frac{3}{3}$: 3 fois.
b) $2 = \frac{6}{3}$:

$$6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

6 fois.

— c) $\frac{5}{3}$: 5 fois.
— Chaque fois qu’on ajoute $\frac{1}{3}$, on ajoute un tiers d’unité : 3 tiers font 1.

Réponse. a) 3 fois · b) 6 fois · c) 5 fois.

Correction de l’exercice 10 – Quatre fois deux tiers

On compte les tiers coloriés : 2 par bande, sur 4 bandes.

$$4 \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3}$$

— $8 = 3 \times 2 + 2$: $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$.
— Sur le dessin, on peut regrouper les parts coloriées pour remplir 2 bandes entières, et il reste 2 tiers.

Réponse. $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$.

Correction de l’exercice 11 – Les séances de natation

— 4 séances :

$$4 \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ heures}$$

— 6 séances : $6 \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4 + \frac{2}{4}$ heures, soit 4 h 30 min.
— Contrôle en minutes : $\frac{3}{4}$ h = 45 min, $45 \times 4 = 180$ min = 3 h. Et $6 \times 45 = 270$ min = 4 h 30 min.

Réponse. 3 h ; 4 h 30 min.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – L’erreur de Noé

Noé a multiplié le numérateur **et** le dénominateur par 3. Mais multiplier par 3, c’est prendre 3 fois les mêmes parts : les parts restent des cinquièmes.

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

— Contrôle : $\frac{6}{15}$ est **égal** à $\frac{2}{5}$ (on a seulement partagé chaque cinquième en 3). Noé a donc trouvé la même quantité qu’au départ, alors que 3 fois une quantité doit être plus grand : son résultat ne peut pas être juste.

Réponse. $3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$.

Correction de l’exercice 13 – La recette multipliée

On multiplie chaque quantité par 4.

$$4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ L} \qquad 4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ kg}$$

— Il faut 2 litres de lait et 1 kilo de farine (pour 8 personnes).

— Contrôle : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ et $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$.

Réponse. 2 L de lait et 1 kg de farine.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : $2 \times 3 = 6$ septièmes.

b) **Vrai** : 4 quarts font une unité.

c) **Faux** : $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ (on ne multiplie pas le dénominateur).

d) **Vrai** : $\frac{30}{10} = 3$.

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

— En c), trois moitiés font une unité et demie.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le pain de mie

a) 3 tranches : $3 \times \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$ du paquet.

b) Pour les 5 enfants :

$$5 \times \frac{3}{20} = \frac{15}{20}$$

c) Le paquet entier, c’est $\frac{20}{20}$: il reste $\frac{20}{20} - \frac{15}{20} = \frac{5}{20}$ du paquet, soit 5 tranches.

Réponse. a) $\frac{3}{20}$ · b) $\frac{15}{20}$ · c) $\frac{5}{20}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).