Plaquette 2 – Le cercle et le compas

Géométrie plane — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire du cercle.

— Rayon $[OA]$: A est sur le cercle ; corde $[DE]$: D et E sont sur le cercle.
— Diamètre $[BC]$: une corde qui passe par le centre.

$$\text{diamètre} = 2 \times \text{rayon} \qquad \text{rayon} = \text{diamètre} \div 2$$

— Un point M est sur le cercle si $OM = r$, à l'intérieur si $OM < r$, à l'extérieur si $OM > r$.
— Le **disque** est la surface limitée par le cercle.
— Deux cercles peuvent se couper en deux points : ces points sont à la bonne distance des deux centres.

Correction de l'exercice 1 – Le vocabulaire du cercle

— Un **rayon** relie le centre à un point du cercle : $[OA]$ (ou $[OB]$, $[OC]$).
— Un **diamètre** passe par le centre et relie deux points du cercle : $[BC]$.
— Une **corde** relie deux points du cercle : $[DE]$, qui ne passe pas par O.

$$BC = 2 \times OA$$

— Un diamètre est la plus longue des cordes d'un cercle.

Réponse. Rayon $[OA]$; diamètre $[BC]$; corde $[DE]$.

Correction de l'exercice 2 – Rayon et diamètre

Le diamètre mesure deux rayons.

a) $2 \times 2{,}5 = 5$ cm.
b) $9 \div 2 = 4{,}5$ cm.
c) $2 \times 12 = 24$ m.
d) 1 m $= 100$ cm, et $100 \div 2 = 50$ cm.

$$\text{rayon} = 9 \div 2 = 4{,}5 \text{ cm}$$

— Pour tracer un cercle au compas, c'est le **rayon** qu'il faut prendre comme écartement.

Réponse. a) 5 cm · b) 4,5 cm · c) 24 m · d) 50 cm.

Correction de l'exercice 3 – Dedans, dessus ou dehors ?

On compare chaque distance au rayon $r = 3$ cm.

— $OA = 2 < 3$: A est **à l'intérieur** du cercle (dans le disque).
— $OB = 3$: B est **sur** le cercle.
— $OC = 4{,}5 > 3$: C est **à l'extérieur**.

$$OA < r = OB < OC$$

— Tous les points sur le cercle sont exactement à 3 cm de O.

Réponse. A intérieur ; B sur le cercle ; C extérieur.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Tracer un cercle passant par un point

1) On pique la pointe sèche du compas sur O.
2) On ouvre le compas jusqu’à ce que la mine soit sur A.
3) On tourne le compas sans changer son écartement.

$$r = OA = 3{,}8 \text{ cm}$$

— Le cercle passe par A puisque A est à la distance r du centre.
— Il est inutile de mesurer : l’écartement du compas « transporte » la longueur OA.

Réponse. Pointe en O, mine en A ; rayon 3,8 cm.

Correction de l’exercice 5 – Reporter une longueur

1) On prend l’écartement AB au compas (pointe en A, mine en B).
2) On pique en O et on trace un petit arc qui coupe $[Ox)$: c’est M.
3) Sans changer l’écartement, on pique en M et on coupe $[Ox)$ plus loin : c’est N.

$$ON = 2 \times 2{,}7 = 5{,}4 \text{ cm}$$

Réponse. Deux reports successifs au compas ; $ON = 5{,}4$ cm.

Correction de l’exercice 6 – Comparer au compas

On prend la longueur AB au compas, puis on pique en C : si la mine dépasse D, $[CD]$ est plus court ; sinon, il est plus long. On fait de même pour $[EF]$.

— La mine dépasse à peine D : $[CD]$ est très légèrement plus long que $[AB]$. Elle ne va pas jusqu’à F : $[EF]$ est plus court.

$$EF < AB < CD$$

— Les segments $[AB]$ et $[CD]$ sont presque égaux : l’œil se trompe facilement quand les segments sont inclinés, le compas non.

Réponse. $EF < AB < CD$.

Correction de l’exercice 7 – Deux cercles qui se coupent

C est sur le cercle de centre A : il est à 3 cm de A. Il est aussi sur le cercle de centre B : il est à 4 cm de B.

$$AC = 3 \text{ cm} \qquad BC = 4 \text{ cm}$$

— De même, $AD = 3$ cm et $BD = 4$ cm.
— C’est ainsi qu’on construit un triangle dont on connaît les trois côtés : ici ABC a des côtés de 5, 3 et 4 cm.

Réponse. $AC = AD = 3$ cm ; $BC = BD = 4$ cm.

Correction de l’exercice 8 – La cible

— Diamètres : $2 \times 1 = 2$ cm ; $2 \times 2 = 4$ cm ; $2 \times 3 = 6$ cm.
— La couronne extérieure est comprise entre les rayons 2 cm et 3 cm :

$$3 - 2 = 1 \text{ cm}$$

— Des cercles qui ont le même centre sont dits **concentriques**.
— On les trace sans déplacer la pointe du compas, en changeant seulement l’écartement.

Réponse. 2 cm, 4 cm, 6 cm ; couronne de 1 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – Le cercle dans le carré

— Le centre est le centre du carré, à l’intersection des diagonales (ou des segments joignant les milieux des côtés opposés).
— Le diamètre du cercle va d’un côté au côté opposé : il mesure 6 cm, comme le côté du carré.

$$r = 6 \div 2 = 3 \text{ cm}$$

— Pour le tracer : on trouve le centre, on pique, on ouvre le compas jusqu’au milieu d’un côté.

Réponse. Au centre du carré ; rayon 3 cm.

Correction de l’exercice 10 – L’erreur de Léa

Léa a appliqué la relation à l’envers. C’est le diamètre qui vaut deux fois le rayon, donc le rayon vaut la moitié du diamètre.

$$r = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$$

— Elle doit ouvrir son compas de 4 cm.
— Avec 16 cm, elle obtiendrait un cercle de diamètre 32 cm, quatre fois trop grand.
— Contrôle : un cercle de diamètre 8 cm tient dans un carré de 8 cm de côté.

Réponse. Il faut un écartement de 4 cm (le rayon).

Correction de l’exercice 11 – Les points à la bonne distance

— a) Ce sont tous les points du **cercle** de centre A et de rayon 2 cm.
— b) Ils sont à la fois sur le cercle de centre A (rayon 2 cm) et sur le cercle de centre B (rayon 4 cm) : ce sont les points d’intersection des deux cercles.
— Les deux cercles se coupent en **deux** points, un de chaque côté de (AB), car :

$$2 + 4 = 6 > 5$$

— Si la somme des rayons était plus petite que AB, les cercles ne se toucheraient pas.

Réponse. a) sur le cercle de centre A, rayon 2 cm · b) aux 2 intersections des deux cercles.

Correction de l’exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : c’est la définition du cercle.
b) **Faux** : seules les cordes qui sont des diamètres passent par le centre.
c) **Vrai** : $10 \div 2 = 5$.
d) **Faux** : $4 > 3$, le point est à l’extérieur.

$$4 \text{ cm} > 3 \text{ cm}$$

— Pour situer un point, on compare toujours sa distance au centre avec le rayon.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 13 – La chèvre

La chèvre peut atteindre tous les points situés à 5 m ou moins du piquet.

— M : $4 < 5$, la chèvre peut brouter en M.
— N : $6 > 5$, elle ne peut pas l’atteindre.

$$PM = 4 \text{ m} < 5 \text{ m} < PN = 6 \text{ m}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— La zone broutée est un **disque** de centre P et de rayon 5 m (le cercle en est le bord).

Réponse. Oui pour M, non pour N ; un disque de rayon 5 m.

Correction de l’exercice 14 – Trois cercles en ligne

— La figure est formée de trois diamètres mis bout à bout : un diamètre mesure $2 \times 2 = 4$ cm.

$$3 \times 4 = 12 \text{ cm}$$

— Entre deux centres voisins, il y a deux rayons : 4 cm. Du premier centre A au troisième C : $2 \times 4 = 8$ cm.

— Vérification : 8 cm + un rayon de chaque côté $(2 + 2) = 12$ cm.

Réponse. 12 cm ; 8 cm.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : un programme au compas

a) $AC = AD = 4$ cm (rayon du premier cercle) et $BC = BD = 4$ cm (rayon du second) :

$$AC = BC = 4 \text{ cm}$$

— Le triangle ABC a deux côtés égaux : il est **isocèle** en C.

— b) Oui, l’équerre le confirme : $(CD) \perp (AB)$. $[CD]$ coupe $[AB]$ en son **milieu**, à 3 cm de A : C et D sont à égale distance de A et de B.

Réponse. a) tous égaux à 4 cm ; ABC isocèle · b) perpendiculaire, au milieu de $[AB]$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).