Plaquette 1 – Perpendiculaires, parallèles et distances

Géométrie plane — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Notations et propriétés.

— Segment $[AB]$ (limité par A et B), droite (AB) (illimitée des deux côtés), demi-droite $[AB)$ (qui part de A).

— $(d_1) \perp (d)$: perpendiculaires ; $(d_1) \parallel (d_2)$: parallèles.

— Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles :

$$(d_1) \perp (d) \text{ et } (d_2) \perp (d) \quad \text{donc} \quad (d_1) \parallel (d_2)$$

— Distance de A à (d) : longueur AH, où H est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par A.

Correction de l'exercice 1 – Segment, droite, demi-droite

— Le tracé qui s'arrête en A et en B est le **segment** $[AB]$.

— Le tracé qui continue des deux côtés de C et D est la **droite** (CD).

— Le tracé qui part de E et continue au-delà de F est la **demi-droite** $[EF)$.

$$[AB] \qquad (CD) \qquad [EF)$$

— Le crochet est du côté où le tracé s'arrête, la parenthèse du côté où il continue.

Réponse. $[AB]$; (CD) ; $[EF)$.

Correction de l'exercice 2 – Perpendiculaires ou parallèles ?

— $(d_1) \perp (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_2)$: les angles droits sont codés.

— (d_1) et (d_3) sont toutes deux perpendiculaires à (d_2), donc elles sont parallèles :

$$(d_1) \parallel (d_3)$$

— (d_4) coupe (d_1) et (d_3) sans former d'angle droit : elle n'est ni perpendiculaire ni parallèle à ces droites. Elle n'est parallèle à aucune autre droite de la figure.

Réponse. $(d_1) \perp (d_2)$, $(d_3) \perp (d_2)$, $(d_1) \parallel (d_3)$; (d_4) : ni l'un ni l'autre.

Correction de l'exercice 3 – Tracer une perpendiculaire

1) On pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de la droite (d).

2) On fait glisser l'équerre le long de (d) jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par A.

3) On trace le long de ce côté, puis on prolonge à la règle.

4) On code l'angle droit au point d'intersection H.

$$(AH) \perp (d)$$

— Il n'existe qu'une seule perpendiculaire à (d) passant par A.

Réponse. Équerre posée sur (d), glissée jusqu'à A ; tracer, prolonger, coder.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Tracer une parallèle

On utilise la propriété : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

1) On trace la perpendiculaire (p) à (d) passant par B.
2) On trace la perpendiculaire à (p) passant par B : c’est la droite cherchée (d').

$$(d) \perp (p) \text{ et } (d') \perp (p) \quad \text{donc} \quad (d') \parallel (d)$$

— On peut aussi faire glisser l’équerre le long d’une règle maintenue fixe.

Réponse. Deux perpendiculaires successives.

Correction de l’exercice 5 – Le plus court chemin

La distance d’un point à une droite est la longueur du **plus court** chemin entre ce point et la droite : c’est le chemin **perpendiculaire**.

$$AH = 3 \text{ cm} < AM = 3{,}6 \text{ cm} < AN = 5 \text{ cm}$$

— La distance de A à (d) est $AH = 3$ cm.
— Plus le point de la droite s’éloigne de H, plus le chemin est long.

Réponse. $AH = 3$ cm.

Correction de l’exercice 6 – Deux perpendiculaires à une même droite

a) Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles :

$$(d_1) \perp (d) \text{ et } (d_2) \perp (d) \quad \text{donc} \quad (d_1) \parallel (d_2)$$

— b) Si $(d_3) \parallel (d)$ et $(d_1) \perp (d)$, alors $(d_1) \perp (d_3)$: une droite perpendiculaire à l’une de deux parallèles est perpendiculaire à l’autre.
— On le vérifie avec l’équerre : les rails d’une échelle sont parallèles, les barreaux perpendiculaires aux deux.

Réponse. a) $(d_1) \parallel (d_2)$ · b) $(d_1) \perp (d_3)$.

Correction de l’exercice 7 – Le milieu d’un segment

Les deux petits traits identiques signifient que $AI = IB$. Comme I est sur le segment $[AB]$, c’est son milieu.

$$AI = 7 \div 2 = 3{,}5 \text{ cm}$$

— Pour placer le milieu : on mesure $[AB]$, on divise par 2 et on reporte 3,5 cm à partir de A.
— On peut aussi plier la feuille pour que A vienne sur B : le pli passe par le milieu.

Réponse. $AI = IB$; $AI = 3{,}5$ cm.

Correction de l’exercice 8 – Dans un rectangle

a) Côtés opposés parallèles : $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$. Côtés consécutifs perpendiculaires : $(AB) \perp (BC)$, par exemple.

$$(AB) \parallel (DC) \qquad (AB) \perp (BC)$$

b) Non : l’équerre montre que les diagonales ne forment pas d’angle droit (sauf si le rectangle est un carré). Elles ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

Réponse. a) $(AB) \parallel (DC)$; $(AB) \perp (BC)$ · b) non.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 9 – Des points alignés

Des points sont **alignés** s'ils sont sur une même droite. En posant la règle sur A et E, on constate que B et C sont aussi le long de la règle.

$$A,\ B,\ C,\ E \in (AE)$$

— A, B, C et E sont alignés.
— D n'est pas sur cette droite : il est en dessous.
— Deux points sont toujours alignés ; c'est à partir de trois points que la question se pose.

Réponse. A, B, C et E sont alignés ; pas D.

Correction de l'exercice 10 – L'écart entre deux parallèles

Entre deux droites parallèles, l'écart reste toujours le même : tous les segments perpendiculaires aux deux droites ont la même longueur.

$$PQ = MN = 4 \text{ cm}$$

— Cette longueur est la **distance** entre les deux parallèles.
— C'est ce qui permet aux roues d'un train de rouler sur deux rails parallèles sans jamais les quitter.

Réponse. $PQ = 4$ cm.

Correction de l'exercice 11 – L'erreur de Tom

Non. Une droite est illimitée : il faut imaginer les tracés prolongés au-delà de la feuille.

— À gauche, l'écart est d'environ 2,2 carreaux ; à droite, il n'est plus que de 1 : l'écart diminue.
— En prolongeant vers la droite, les deux droites finiraient par se couper.

$$\text{écart à gauche} > \text{écart à droite}$$

— Pour vérifier le parallélisme, on mesure l'écart en deux endroits : s'il change, les droites ne sont pas parallèles.

Réponse. Non : l'écart diminue, les droites se coupent plus loin.

Correction de l'exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.
b) **Faux** : par un point, il ne passe qu'une seule parallèle à une droite donnée.
c) **Vrai** : c'est le plus court chemin.
d) **Vrai** : deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

$$(d_1) \parallel (d_2) \text{ et } (d_2) \parallel (d_3) \quad \text{donc} \quad (d_1) \parallel (d_3)$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.

Correction de l'exercice 13 – Dans un carré

a) **Vrai** : les côtés opposés d'un carré sont parallèles.
b) **Vrai** : les angles d'un carré sont droits.
c) **Vrai** : les diagonales d'un carré sont perpendiculaires (on le vérifie à l'équerre en O).
d) **Faux** : elles se coupent en O, elles ne peuvent pas être parallèles.

$$(AC) \perp (BD)$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les diagonales d’un carré sont aussi de même longueur et se coupent en leur milieu O.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 14 – Un programme à suivre

— $[AB]$ est perpendiculaire à (d), et B est sur (d') : AB mesure l’écart entre les deux parallèles.

$$\text{distance entre } (d) \text{ et } (d') = AB = 3 \text{ cm}$$

— $(p) \perp (d)$ et $(d') \parallel (d)$, donc $(p) \perp (d')$: on peut coder un angle droit en B.

— On vérifie avec l’équerre et la règle graduée.

Réponse. 3 cm ; $(p) \perp (d')$.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le plan du quartier

a) Oui. L’avenue est perpendiculaire à la rue des Roses, qui est parallèle à la rue des Lilas ; une droite perpendiculaire à l’une de deux parallèles est perpendiculaire à l’autre.

b) Le plus court chemin est le segment perpendiculaire à la rue des Roses, tracé depuis S. Comme S est à mi-chemin :

$$80 \div 2 = 40 \text{ m}$$

— L’école est à 40 m de chaque rue.

Réponse. a) oui · b) perpendiculairement à la rue, 40 m.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).