Plaquette 5 – Programmes de construction

Géométrie plane — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le vocabulaire des programmes.

— « Place le point I, **milieu** de $[AB]$ » ; « Trace la **perpendiculaire** à (AB) passant par I ».
— « Trace le **cercle** de centre O et de **rayon** 3 cm » ou « … **passant par** A ».
— « Les droites se coupent en M » : M est leur **point d'intersection**.
— Pour vérifier un programme : le faire exécuter par quelqu'un d'autre et comparer.
— Rappel : des diagonales de même milieu et de même longueur donnent un rectangle ; en plus perpendiculaires, un carré.

$$\text{rayon} = \text{diamètre} \div 2$$

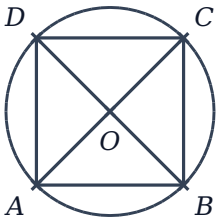
Correction de l'exercice 1 – Suivre un programme

a) Oui. Les diagonales d'un carré ont la même longueur et le même milieu O : $OA = OB = OC = OD$. Les quatre sommets sont donc à la même distance de O, sur le cercle.

$$OA = OB = OC = OD = AC \div 2$$

— b) On mesure $AC \approx 5{,}7$ cm, donc le rayon $OA \approx 2{,}8$ cm.
— On dit que le cercle est **circonscrit** au carré.

Réponse. a) oui, les demi-diagonales sont égales · b) environ 2,8 cm.



La figure obtenue

Correction de l'exercice 2 – Écrire un programme

Un programme possible :

1) Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm.
2) Trace les diagonales $[AC]$ et $[BD]$; elles se coupent en O.
3) Trace le cercle de centre O passant par A.

$$OA = OB = OC = OD$$

— Le cercle passe par les quatre sommets, car les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et le même milieu.

Réponse. Rectangle, diagonales (intersection O), cercle de centre O passant par A.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 3 – De la main levée à la vraie grandeur

Le codage indique $TR = ST = 5$ cm ; le triangle est **isocèle** en T.

1) Trace $[RS]$ de 3 cm.
2) Trace un arc de centre R et de rayon 5 cm, puis un arc de centre S et de rayon 5 cm ; ils se coupent en T.
3) Trace $[RT]$ et $[ST]$.

$$TR = TS = 5 \text{ cm}$$

— Un croquis donne les informations ; seule la construction aux instruments est en vraie grandeur.

Réponse. Isocèle en T ; arcs de 5 cm centrés en R et S.

Correction de l’exercice 4 – Un programme incomplet

Le programme ne donne ni la longueur de $[AB]$, ni la position de C : chacun a pu choisir.

1) Trace un segment $[AB]$ de 5 cm.
2) Trace la perpendiculaire à (AB) passant par A.
3) Place C sur cette perpendiculaire, à 2 cm de A.
4) Trace le triangle ABC.

$$AB = 5 \text{ cm} \qquad AC = 2 \text{ cm} \qquad (AC) \perp (AB)$$

Réponse. Il manque les longueurs et la position de C (voir programme corrigé).

Correction de l’exercice 5 – Deux diamètres perpendiculaires

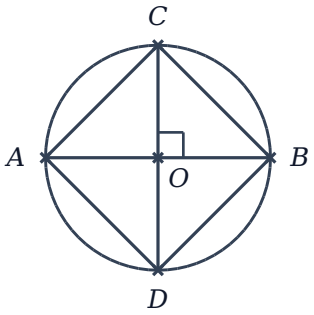
Les diagonales de $ACBD$ sont $[AB]$ et $[CD]$.

— Ce sont deux diamètres : elles ont la même longueur (6 cm) et le même milieu O.
— Elles sont perpendiculaires (par construction).

$$AB = CD = 2 \times 3 = 6 \text{ cm} \qquad (AB) \perp (CD)$$

— Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu, même longueur et sont perpendiculaires est un **carré**.

Réponse. Un carré.



Le carré ACBD

Correction de l’exercice 6 – La rosace

Le rayon se reporte exactement 6 fois sur le cercle (comme pour l’hexagone régulier).

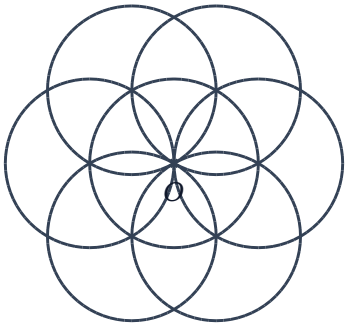
— On obtient 6 points sur le premier cercle, et donc 6 cercles autour de lui.

$$6 \times 60° = 360°$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les parties communes des cercles dessinent, à l'intérieur du premier cercle, une fleur à 6 pétales.
— Tous les cercles ont le même rayon : 3 cm.

Réponse. 6 cercles ; 6 points.



La rosace à six pétales

Correction de l'exercice 7 – Le triangle dans le rectangle

Un programme possible :

1) Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm et $BC = 3$ cm.
2) Place E, milieu de $[DC]$.
3) Trace les segments $[AE]$ et $[BE]$.

$$DE = EC = 6 \div 2 = 3 \text{ cm}$$

— En mesurant (ou par symétrie du rectangle), $EA = EB$: le triangle ABE est **isocèle** en E.

Réponse. Rectangle, milieu E de $[DC]$, segments $[AE]$ et $[BE]$; ABE isocèle en E.

Correction de l'exercice 8 – Le vocabulaire des programmes

a) M est un point du segment $[AB]$, placé entre A et B.
b) B est un point du cercle : il est à une distance du centre égale au rayon.
c) I est le point où les deux droites se coupent.
d) K est sur $[EF]$, à égale distance de E et de F :

$$EK = KF = EF \div 2$$

— Ces mots précis évitent toute ambiguïté dans un programme.

Réponse. Sur le segment ; sur le cercle ; point de rencontre ; au milieu.

Correction de l'exercice 9 – Remettre dans l'ordre

On ne peut utiliser un point qu'après l'avoir construit.

— On commence par $[AC]$ (b), puis son milieu O (d), puis $[BD]$ qui utilise O (a), et enfin on joint les sommets (c).

$$\text{b} \to \text{d} \to \text{a} \to \text{c}$$

— On obtient un losange, car ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.
— Pour placer B et D, on reporte 2 cm de part et d'autre de O.

Réponse. b, d, a, c.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 10 – Deux segments de même milieu

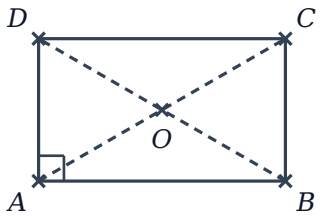
— Les diagonales ont le même milieu et la même longueur : $ABCD$ est un **rectangle**.

$$AC = BD = 6 \text{ cm} \qquad OA = OB = OC = OD = 3 \text{ cm}$$

— Si $[BD]$ mesure 4 cm, les diagonales ont toujours le même milieu mais plus la même longueur : on obtient un **parallélogramme** (ce n’est plus un rectangle).

— On le vérifie avec l’équerre : plus aucun angle droit.

Réponse. Un rectangle ; avec 4 cm, un parallélogramme.



Diagonales de même longueur et de même milieu : un rectangle

Correction de l’exercice 11 – Décrire au téléphone

On utilise la construction de l’hexagone régulier, en ne gardant qu’un point sur deux.

1) Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm ; place un point A sur le cercle.
2) En gardant l’écartement de 3 cm, reporte le rayon 6 fois sur le cercle à partir de A.
3) Parmi les 6 points, garde un point sur deux : A, B et C. Trace le triangle ABC.

$$6 \div 2 = 3 \text{ sommets}$$

— Le triangle obtenu est équilatéral.

Réponse. Cercle, report du rayon 6 fois, un point sur deux, triangle ABC (équilatéral).

Correction de l’exercice 12 – Compléter les instructions

Une instruction doit permettre une seule figure (à la position près).

a) Il manque le rayon : « … et de rayon 2 cm » (ou « … passant par B »).
b) Il manque le point : « … passant par P ».
c) Il manque la position : « … tel que $AM = 3$ cm ».
d) Il manque la longueur du côté : « … de 5 cm de côté ».

$$\text{cercle} = \text{centre} + \text{rayon}$$

Réponse. a) le rayon · b) le point · c) la distance AM · d) le côté.

Correction de l’exercice 13 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : on ne peut pas utiliser un point avant de l’avoir construit.
b) **Vrai** : le centre est le milieu I de $[AB]$ et le rayon vaut $AB \div 2$.
c) **Faux** : elles donnent un losange ; il faut aussi la même longueur pour un carré.
d) **Vrai** : on trace un côté, puis deux arcs de cercle.

$$r = AB \div 2$$

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Le cercle de diamètre [AB]

— Le rayon est la moitié du diamètre :

$$r = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$$

— Avec l’équerre, on constate que l’angle $A\hat{C}B$ est **droit**. Quel que soit le point C choisi sur le cercle (autre que A et B), le triangle ABC est rectangle en C.

— Cette propriété, que l’on démontrera au collège, permet de construire des angles droits avec le seul compas.

Réponse. 4 cm ; l’angle en C est toujours droit.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le logo

a) Dans un carré, $AD = AB = 4$ cm : D est à 4 cm de A, il est sur le premier cercle.

b) De même, $CB = CD = 4$ cm : les deux cercles passent par B et par D, qui sont leurs points d’intersection.

c) La droite (BD) est la seconde diagonale du carré. Les diagonales d’un carré sont perpendiculaires :

$$(BD) \perp (AC)$$

Réponse. a) $AD = AB$ · b) en B et D · c) (BD), perpendiculaire à (AC).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).