Plaquette 4 – Quadrilatères et polygones

Géométrie plane — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les quadrilatères particuliers.

— Rectangle : 4 angles droits. Losange : 4 côtés égaux. Carré : les deux à la fois.
— Trapèze : deux côtés parallèles. Parallélogramme : côtés opposés parallèles deux à deux.
— Diagonales : même milieu (parallélogramme, rectangle, losange, carré) ; même longueur (rectangle, carré) ; perpendiculaires (losange, carré).
— Hexagone régulier : on reporte 6 fois le rayon sur un cercle ; son côté est égal au rayon.

$$P_{\text{hexagone}} = 6 \times 3 = 18 \text{ cm} \quad \text{(rayon 3 cm)}$$

Correction de l’exercice 1 – Reconnaître les quadrilatères

a) 4 côtés égaux et 4 angles droits : **carré**.
b) 4 angles droits, côtés opposés égaux : **rectangle**.
c) 4 côtés égaux, pas d’angle droit : **losange**.
d) Côtés opposés parallèles deux à deux : **parallélogramme**.
e) Seulement deux côtés parallèles : **trapèze**.

$$\text{carré} = \text{rectangle} + \text{losange}$$

Réponse. a) carré · b) rectangle · c) losange · d) parallélogramme · e) trapèze.

Correction de l’exercice 2 – Les diagonales

On peut le vérifier en traçant chaque figure et ses diagonales (règle, équerre, compas).

Les diagonales…	carré	rectangle	losange
ont le même milieu	oui	oui	oui
ont la même longueur	oui	oui	non
sont perpendiculaires	oui	non	oui

carré:toutes les propriétés

— Le carré cumule les propriétés du rectangle et du losange.

Réponse. Milieu : oui partout ; longueur : carré, rectangle ; perpendiculaires : carré, losange.

Correction de l’exercice 3 – Le trapèze

a) Les bases sont les deux côtés parallèles : $[AB]$ (la grande base) et $[DC]$ (la petite base).

$$(AB) \parallel (DC)$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— b) $EFGH$ est un **trapèze rectangle** : un de ses côtés, $[EH]$, est perpendiculaire aux deux bases ; il a donc deux angles droits, en E et en H.
— Les côtés $[AD]$ et $[BC]$ ne sont pas parallèles : ce n'est pas un parallélogramme.

Réponse. a) $[AB]$ et $[DC]$ · b) un trapèze rectangle.

Correction de l'exercice 4 – Nommer les polygones

On compte les côtés (autant que de sommets).

a) 5 côtés : **pentagone**, régulier.
b) 6 côtés : **hexagone**, régulier.
c) 8 côtés : **octogone**, régulier.
d) 5 côtés : **pentagone**, non régulier (côtés inégaux).
e) 4 côtés : **quadrilatère** (un rectangle), non régulier : ses côtés ne sont pas tous égaux.

$$\text{penta} = 5 \qquad \text{hexa} = 6 \qquad \text{octo} = 8$$

Réponse. a) pentagone · b) hexagone · c) octogone · d) pentagone · e) quadrilatère ; a, b, c réguliers.

Correction de l'exercice 5 – L'hexagone régulier au compas

a) Le rayon se reporte exactement 6 fois sur le cercle : on obtient 6 points, qui forment un **hexagone régulier** $ABCDEF$.
b) Chaque côté mesure l'écartement du compas, c'est-à-dire le rayon :

$$P = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}$$

— C'est la construction de la rosace : en traçant des arcs de même rayon centrés en ces points, on obtient une fleur à six pétales.

Réponse. a) 6 points, un hexagone régulier · b) 18 cm.

Correction de l'exercice 6 – Périmètres de polygones réguliers

Dans un polygone régulier, tous les côtés sont égaux : périmètre = nombre de côtés × côté.

a) $5 \times 4 = 20$ cm.
b) $20 \div 8 = 2{,}5$ cm.
c) $27 \div 6 = 4{,}5$ cm.

$$6 \times 4{,}5 = 27$$

— Le pentagone de a) et l'octogone de b) ont le même périmètre, mais pas la même forme.

Réponse. a) 20 cm · b) 2,5 cm · c) 4,5 cm.

Correction de l'exercice 7 – Compter les diagonales

De chaque sommet partent des diagonales vers tous les sommets sauf lui-même et ses deux voisins ; chaque diagonale est ainsi comptée deux fois.

a) Quadrilatère : $4 \times 1 \div 2 = 2$ diagonales.
b) Pentagone : $5 \times 2 \div 2 = 5$ diagonales (elles dessinent une étoile).
c) Hexagone : $6 \times 3 \div 2 = 9$ diagonales.

$$6 \times 3 \div 2 = 9$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) 2 · b) 5 · c) 9.

Correction de l’exercice 8 – Construire un rectangle

1) On trace $[AB]$ de 6 cm.
2) Avec l’équerre, on trace les perpendiculaires à (AB) en A et en B.
3) On place D et C sur ces perpendiculaires, à 4 cm de A et de B, du même côté.
4) On trace $[DC]$.

$$AB = DC = 6 \text{ cm} \qquad AD = BC = 4 \text{ cm}$$

— Vérification : les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ doivent avoir la même longueur (on compare au compas).

Réponse. Deux perpendiculaires en A et B, reports de 4 cm ; diagonales égales.

Correction de l’exercice 9 – Construire un losange au compas

1) On trace la diagonale $[AC]$ de 6 cm.
2) On ouvre le compas de 4 cm et on trace, de part et d’autre de $[AC]$, des arcs de centre A puis de centre C.
3) Les arcs se coupent en B (d’un côté) et D (de l’autre).
4) On trace les quatre côtés.

$$AB = BC = CD = DA = 4 \text{ cm}$$

— Les deux triangles ABC et ADC sont isocèles et forment le losange.

Réponse. Tracer $[AC]$, puis des arcs de rayon 4 cm centrés en A et C.

Correction de l’exercice 10 – Le carré est-il un rectangle ?

On vérifie si la figure possède la propriété qui définit l’autre.

a) **Oui** : un carré a 4 angles droits.
b) **Oui** : un carré a 4 côtés égaux.
c) **Non**, pas toujours : un rectangle de 6 cm sur 4 cm n’a pas ses 4 côtés égaux.
d) **Oui** : ses côtés opposés sont parallèles.

$$\text{carré} \Rightarrow \text{rectangle et losange}$$

— Un carré est un rectangle particulier et un losange particulier.

Réponse. a) oui · b) oui · c) non · d) oui.

Correction de l’exercice 11 – L’erreur de Hugo

Non. Pour être un carré, il faut aussi **quatre angles droits**. Un losange « penché », comme celui de l’exercice 9, a des angles aigus et obtus.

$$\text{losange} + \text{angle droit} = \text{carré}$$

— Tout carré est un losange, mais un losange n’est pas toujours un carré.
— Avec l’équerre, on constate que le losange de l’exercice 9 n’a pas d’angle droit.

Réponse. Non : il manque les angles droits.

Correction de l’exercice 12 – Reconnaître par les diagonales

On utilise le tableau de l’exercice 2.

a) Toutes les propriétés : **carré**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Même milieu et même longueur : **rectangle**.

c) Même milieu et perpendiculaires : **losange**.

$$\text{milieu} + \text{longueur} + \text{perpendiculaires} = \text{carré}$$

— On peut construire ces figures en traçant d'abord les diagonales, puis en joignant leurs extrémités.

Réponse. a) carré · b) rectangle · c) losange.

Correction de l'exercice 13 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.

b) **Faux** : seul le trapèze rectangle en a deux.

c) **Faux** : elles ont la même longueur et le même milieu, mais elles ne sont perpendiculaires que si le rectangle est un carré.

d) **Vrai** : $8 \times 3 = 24$ cm.

$$8 \times 3 = 24$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) faux · d) vrai.

Correction de l'exercice 14 – L'hexagone et ses triangles

Dans le triangle OAB : $OA = OB = 3$ cm (rayons) et $AB = 3$ cm (côté de l'hexagone, égal au rayon).

$$OA = OB = AB = 3 \text{ cm}$$

— Chaque triangle est **équilatéral**.

— L'hexagone régulier est formé de 6 triangles équilatéraux identiques. Autour de O, les 6 angles se partagent le tour : $360 \div 6 = 60°$ chacun.

Réponse. Six triangles équilatéraux de côté 3 cm.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : dans l'hexagone

a) $ABCO$: ses quatre côtés mesurent un rayon ($AB = BC = CO = OA$) : **losange**.

b) $ABCD$: $(BC) \parallel (AD)$, mais (AB) et (CD) ne sont pas parallèles : **trapèze**.

c) OAB : trois côtés égaux au rayon : **équilatéral**.

d) $ABDE$: ses diagonales $[AD]$ et $[BE]$ sont deux diamètres du cercle, de même longueur et de même milieu O : **rectangle**.

$$AD = BE = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

Réponse. a) $ABCO$ · b) $ABCD$ · c) OAB · d) $ABDE$ (d'autres réponses sont possibles).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).