Plaquette 3 – Les triangles : reconnaître et construire

Géométrie plane — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les triangles particuliers.

— Isocèle en A : $AB = AC$; A est le sommet principal, $[BC]$ la base.
— Équilatéral : $AB = BC = CA$ (il est aussi isocèle).
— Rectangle en A : l'angle $B\hat{A}C$ est droit ; il peut aussi être isocèle.
— Construction au compas : pour $AB = 6$, $AC = 5$, $BC = 4$, on trace $[AB]$, un arc de centre A de rayon 5, un arc de centre B de rayon 4.
— Un triangle n'existe que si le plus grand côté est plus court que la somme des deux autres :

$$6 < 5 + 4$$

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître les triangles

On lit les codages : petits traits = longueurs égales ; petit carré = angle droit.

a) Trois côtés égaux : **équilatéral**.
b) Deux côtés égaux : **isocèle**.
c) Un angle droit : **rectangle**.
d) Un angle droit et deux côtés égaux : **rectangle isocèle**.
e) Aucun codage : triangle **quelconque**.

$$\text{équilatéral} : AB = BC = CA$$

Réponse. a) équilatéral · b) isocèle · c) rectangle · d) rectangle isocèle · e) quelconque.

Correction de l'exercice 2 – Le triangle isocèle

a) Le sommet principal est A, celui où se rejoignent les deux côtés égaux. La base est le côté opposé, $[BC]$.
b) Les côtés codés sont égaux : $AC = AB = 5$ cm.

$$P = 5 + 5 + 3 = 13 \text{ cm}$$

— Le triangle isocèle a un axe de symétrie qui passe par A et par le milieu de $[BC]$.

Réponse. a) sommet A, base $[BC]$ · b) $AC = 5$ cm ; $P = 13$ cm.

Correction de l'exercice 3 – Construire au compas

1) On trace le segment $[AB]$ de 6 cm à la règle.
2) On ouvre le compas de 5 cm, on pique en A et on trace un arc.
3) On ouvre le compas de 4 cm, on pique en B et on trace un arc qui coupe le premier.
4) Le point d'intersection est C ; on trace $[AC]$ et $[BC]$.

$$AC = 5 \text{ cm} \qquad BC = 4 \text{ cm}$$

— Il y a une seconde solution, symétrique, de l'autre côté de $[AB]$.

Réponse. $[AB]$ à la règle, arcs de rayon 5 cm (centre A) et 4 cm (centre B).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Le triangle équilatéral

1) On trace $[EF]$ de 5 cm.
2) On ouvre le compas de 5 cm (la longueur EF) et on trace un arc de centre E, puis un arc de centre F avec le même écartement.
3) Les arcs se coupent en G ; on trace $[EG]$ et $[FG]$.

$$P = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}$$

— Avantage : on ne change jamais l’écartement du compas.
— On code les trois côtés avec le même petit trait.

Réponse. Deux arcs de rayon 5 cm centrés en E et F ; $P = 15$ cm.

Correction de l’exercice 5 – Le triangle rectangle

1) On trace $[AB]$ de 4 cm.
2) Avec l’équerre, on trace la perpendiculaire à $[AB]$ en A.
3) On place C sur cette perpendiculaire, à 3 cm de A, puis on trace $[BC]$.

$$BC = 5 \text{ cm} > AB = 4 \text{ cm} > AC = 3 \text{ cm}$$

— Le plus long côté est $[BC]$, le côté **opposé à l’angle droit** : c’est toujours le cas dans un triangle rectangle.

Réponse. Équerre en A, reports de 4 et 3 cm ; le plus long côté est $[BC]$.

Correction de l’exercice 6 – Triangle possible ou non ?

On compare le plus grand côté à la somme des deux autres.

a) $3 + 4 = 7 < 8$: les arcs ne se coupent pas, **impossible**.
b) $5 + 5 = 10 > 9$: **possible** (isocèle très aplati).
c) $2 + 3 = 5$: les trois points sont alignés, pas de vrai triangle.
d) $6 + 6 > 6$: **possible**, équilatéral.

$$3 + 4 = 7 < 8$$

Réponse. a) non · b) oui · c) non (points alignés) · d) oui.

Correction de l’exercice 7 – Périmètres de triangles

a) On ajoute les trois côtés :

$$6 + 8 + 8 = 22 \text{ cm}$$

— b) Les trois côtés sont égaux : $27 \div 3 = 9$ cm.
— Vérification : $3 \times 9 = 27$ cm.
— Dans un triangle équilatéral, le périmètre est toujours le triple du côté.
— En a), les deux côtés égaux comptent chacun une fois dans le tour.

Réponse. a) 22 cm · b) 9 cm.

Correction de l’exercice 8 – Retrouver les côtés

On retire la base du périmètre : il reste la somme des deux côtés égaux.

$$20 - 6 = 14 \qquad 14 \div 2 = 7 \text{ cm}$$

— Chacun des deux côtés égaux mesure 7 cm.
— Vérification : $7 + 7 + 6 = 20$ cm.
— Le triangle existe bien : $6 < 7 + 7$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Erreur fréquente : diviser 20 par 3, comme pour un triangle équilatéral.

Réponse. 7 cm chacun.

Correction de l’exercice 9 – Un triangle dans un cercle

B et C sont sur le cercle de centre A : ils sont tous les deux à la distance « rayon » de A.

$$AB = AC = r$$

— Le triangle ABC a deux côtés égaux : il est **isocèle** en A.
— Si, en plus, BC était égal au rayon, le triangle serait équilatéral.

Réponse. Isocèle en A, car $AB = AC$ (deux rayons).

Correction de l’exercice 10 – Compter les triangles

On compte méthodiquement.

— Les 4 petits triangles autour de O : OAB, OBC, OCD, ODA.
— Les 4 grands triangles formés de deux petits, limités par une diagonale : ABC, BCD, CDA, DAB.

$$4 + 4 = 8 \text{ triangles}$$

— Les petits triangles sont isocèles, car les diagonales d’un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

Réponse. 8 triangles.

Correction de l’exercice 11 – L’erreur de Nina

Il suffit de couper un carré par sa diagonale : on obtient deux triangles qui ont un angle droit (un coin du carré) et deux côtés égaux (deux côtés du carré).

$$AB = AD \quad \text{et} \quad D\hat{A}B = 90°$$

— Le triangle ABD est rectangle **et** isocèle en A.
— Nina a tort. En revanche, un triangle équilatéral ne peut pas être rectangle : ses trois angles sont égaux et aucun n’est droit.

Réponse. Faux : le demi-carré est rectangle et isocèle.

Correction de l’exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : il a même trois côtés égaux.

b) **Faux** : $2 + 2 = 4 < 5$.

c) **Vrai**.

d) **Faux** : les deux côtés partant de la base seraient perpendiculaires à la base, donc parallèles ; ils ne se rencontreraient jamais.

$$2 + 2 = 4 < 5$$

— En b), les deux arcs de rayon 2 cm ne se rejoignent pas.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 13 – Le carré coupé en deux

— Le triangle ABD a un angle droit en A et deux côtés égaux, $AB = AD = 4$ cm : il est **rectangle isocèle** en A.
— De même, CBD est rectangle isocèle en C.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$P_{\text{carré}} = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

— Les deux triangles sont superposables : la diagonale partage le carré en deux moitiés égales.

— Leur côté commun $[BD]$ est le plus long, opposé à l'angle droit.

Réponse. Rectangles isocèles ; 16 cm.

Correction de l'exercice 14 – Reproduire un triangle

Il suffit des trois longueurs RS, ST et TR, que l'on peut prendre directement au compas.

1) On reporte RS à la règle (ou au compas) sur une droite : on obtient R' et S'.
2) On prend l'écartement RT au compas et on trace un arc de centre R'.
3) On prend l'écartement ST et on trace un arc de centre S' ; les arcs se coupent en T'.

$$R'S' = RS \quad R'T' = RT \quad S'T' = ST$$

Réponse. Reporter les trois côtés au compas.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : deux triangles équilatéraux

a) C est sur les deux cercles : $AC = 5$ cm et $BC = 5$ cm ; avec $AB = 5$ cm, le triangle ABC est **équilatéral**. De même pour ABD.

b) $ACBD$ a quatre côtés de 5 cm : c'est un **losange**.

$$P = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

— Ses diagonales $[AB]$ et $[CD]$ sont perpendiculaires.

Réponse. a) équilatéraux · b) losange, $P = 20$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).