Plaquette 5 – Jeux et problèmes : équitable, expérimenter, prévoir

Les probabilités — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Jeux et expériences.

— Jeu équitable : autant d'issues favorables pour chaque joueur.

— Prévoir sur beaucoup d'essais : un évènement qui a « a chances sur b » se produit environ a fois tous les b essais.

$$600 \text{ lancers de dé : environ } 600 \div 6 = 100 \text{ fois le } 6$$

— Les résultats d'une expérience varient autour de cette prévision ; plus on fait d'essais, plus on s'en approche.

— Sans remise : la boule tirée n'est plus dans l'urne, le total diminue pour le tirage suivant.

Correction de l'exercice 1 – Un jeu équitable ?

a) Léa : 1, 2 : 2 chances sur 6. Tom : 3, 4, 5, 6 : 4 chances sur 6.

$$2 \neq 4$$

— b) Le jeu n'est **pas équitable** : Tom a deux fois plus de chances que Léa.

— Règle équitable : Léa gagne avec 1, 2 ou 3, Tom avec 4, 5 ou 6 : 3 chances sur 6 chacun.

— Autre règle équitable : Léa gagne avec un nombre pair, Tom avec un nombre impair.

Réponse. a) Léa 2 sur 6, Tom 4 sur 6 · b) non ; par exemple Léa 1, 2, 3 et Tom 4, 5, 6.

Correction de l'exercice 2 – Pair ou impair avec deux dés

On utilise le tableau des sommes (36 issues). On remarque qu'une somme est paire quand les deux dés sont **tous deux pairs** ou **tous deux impairs**.

— Deux pairs : $3 \times 3 = 9$ issues. Deux impairs : $3 \times 3 = 9$ issues. Somme paire : $9 + 9 = 18$ issues.

— Somme impaire : un pair et un impair, dans un sens ou dans l'autre : $9 + 9 = 18$ issues.

$$18 \text{ chances sur } 36 \text{ pour chacun}$$

— Le jeu est **équitable** : une chance sur deux pour chacun.

Réponse. Oui : 18 chances sur 36 chacun.

Correction de l'exercice 3 – Soixante lancers de dé

a) $9 + 11 + 10 + 8 + 12 + 10 = 60$ ✓.

b) Chaque face a 1 chance sur 6 ; sur 60 lancers, on attend environ :

$$60 \div 6 = 10 \text{ fois chaque face}$$

— c) Les résultats vont de 8 à 12, tous proches de 10. Ces petits écarts sont **normaux** avec le hasard : on ne peut pas conclure que le dé est truqué.

— Pour en savoir plus, il faudrait lancer le dé beaucoup plus de fois (par exemple 600 fois).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. b) environ 10 fois · c) les écarts sont normaux, rien ne prouve que le dé est truqué.

Correction de l’exercice 4 – Deviner le contenu de l’urne

On compare les résultats aux compositions possibles (avec 4 boules) :

— 1 rouge : environ 25 rouges sur 100 ; 2 rouges : environ 50 ; 3 rouges : environ 75 ; 4 rouges : 100.

$$\text{3 chances sur 4} \to \text{environ 75 rouges sur 100}$$

— 72 est très proche de 75 : l’urne contient probablement 3 rouges et 1 bleue.

— On ne peut pas en être absolument sûr : c’est une estimation. Avec 4 rouges, on n’aurait jamais tiré de bleue.

Réponse. Probablement 3 rouges et 1 bleue.

Correction de l’exercice 5 – Fabriquer un jeu équitable

a) Il faut autant de chances pour chacun, donc autant de boules rouges que de bleues : 3 bleues. Chacun a alors 3 chances sur 6.

$$\text{3 rouges} = \text{3 bleues}$$

— b) Les vertes ne font gagner personne : il faut toujours autant de rouges que de bleues, donc 3 bleues. L’urne a 8 boules : Sam et Inès ont chacun 3 chances sur 8, et il y a 2 chances sur 8 que personne ne gagne.

— Un jeu peut être équitable même avec des parties nulles.

Réponse. a) 3 bleues · b) toujours 3 bleues (3 sur 8 chacun).

Correction de l’exercice 6 – La roue aux secteurs inégaux

a) On imagine la roue partagée en 4 quarts égaux : rouge en occupe 2, bleu 1, jaune 1.

$$\text{rouge : 2 chances sur 4} \qquad \text{bleu : 1 sur 4} \qquad \text{jaune : 1 sur 4}$$

— Il n’y a que trois couleurs, mais elles n’ont pas « 1 chance sur 3 » chacune : ce sont les **surfaces** qui comptent.

— b) Rouge : une chance sur deux, donc environ $200 \div 2 = 100$ fois.

Réponse. a) rouge 2 sur 4, bleu 1 sur 4, jaune 1 sur 4 · b) environ 100 fois.

Correction de l’exercice 7 – Deux tirages sans remise

a) Au premier tirage, 3 boules possibles ; comme on ne remet pas la boule, il n’en reste que 2 au second :

$$3 \times 2 = 6 \text{ issues}$$

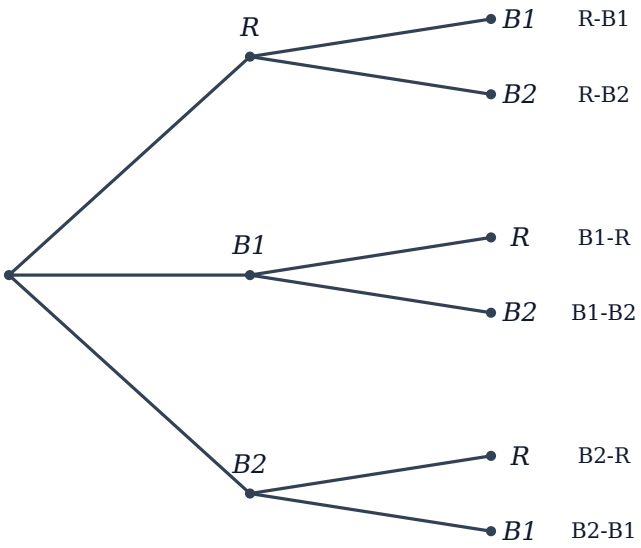
— R-B1, R-B2, B1-R, B1-B2, B2-R, B2-B1.

— b) Deux bleues : B1-B2 et B2-B1 : 2 chances sur 6.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— c) La rouge est tirée dans 4 issues : R-B1, R-B2, B1-R, B2-R : 4 chances sur 6.
— Sans remise, on ne peut pas tirer deux fois la même boule : R-R n’existe pas.

Réponse. a) 6 issues · b) 2 sur 6 · c) 4 sur 6.



Sans remise : 2 boules restent pour le second tirage

Correction de l’exercice 8 – Deux dés à quatre faces

On fait le tableau des sommes :

+	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

$4 \times 4 = 16$ issues

— On compte : 2 : 1 fois ; 3 : 2 ; 4 : 3 ; 5 : 4 ; 6 : 3 ; 7 : 2 ; 8 : 1.
— La somme 5 est la plus probable : 4 chances sur 16 (une chance sur quatre).

Réponse. La somme 5 (4 chances sur 16).

Correction de l’exercice 9 – Après cinq piles

Non. La pièce n’a pas de mémoire : elle ne « sait » pas ce qui est sorti avant. À chaque lancer, il y a toujours deux issues qui ont autant de chances :

face : 1 chance sur 2

— Cinq piles de suite, c’est rare, mais cela arrive : sur un grand nombre de séries de 5 lancers, environ 1 sur 32 ne donne que des piles ($2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ issues).
— Sur un très grand nombre de lancers, il y aura environ autant de piles que de faces, mais pas parce que la pièce « compense ».

Réponse. Non : face a toujours 1 chance sur 2.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 10 – Répondre au hasard

a) 3 choix pour la question 1, 3 pour la question 2 :

$$3 \times 3 = 9 \text{ façons de répondre}$$

— b) Tout juste : une seule bonne réponse à chaque question : $1 \times 1 = 1$ façon, 1 chance sur 9.
— Tout faux : 2 mauvaises réponses possibles à chaque question : $2 \times 2 = 4$ façons, 4 chances sur 9.
— Il reste $9 - 1 - 4 = 4$ façons d’avoir une réponse juste sur deux. Répondre au hasard ne rapporte pas grand-chose !

Réponse. a) 9 · b) tout juste 1 sur 9 ; tout faux 4 sur 9.

Correction de l’exercice 11 – Le plus grand dé gagne

On compte les issues dans le tableau des 36 couples (dé de Léa, dé de Tom).

— Égalité : 1-1, 2-2, … , 6-6 : 6 issues.
— Il reste $36 - 6 = 30$ issues, et elles vont par paires : pour chaque couple où Léa gagne (par exemple 5-2), il y a le couple inverse où Tom gagne (2-5).

$$30 \div 2 = 15 \text{ issues pour chacun}$$

— Léa : 15 chances sur 36 ; Tom : 15 chances sur 36 ; égalité : 6 sur 36.
— Le jeu est **équitable**, même s’il y a des parties nulles.

Réponse. Oui : 15 chances sur 36 chacun (et 6 sur 36 d’égalité).

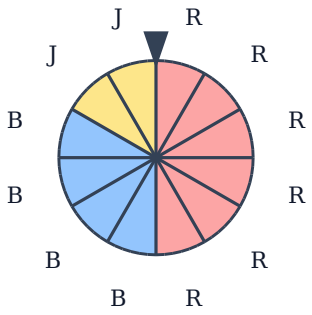
Correction de l’exercice 12 – Construire une roue

— Rouge : une chance sur deux, c’est la moitié des 12 secteurs :

$$12 \div 2 = 6 \text{ secteurs rouges}$$

— Bleu : une chance sur trois : $12 \div 3 = 4$ secteurs bleus.
— Jaune : le reste, $12 - 6 - 4 = 2$ secteurs, soit 2 chances sur 12.
— Vérification : $6 + 4 + 2 = 12$ secteurs.

Réponse. 6 rouges, 4 bleus, 2 jaunes.



6 rouges, 4 bleus, 2 jaunes

Correction de l’exercice 13 – Prévoir sur beaucoup d’essais

Un évènement qui a « a chances sur b » se produit environ a fois tous les b essais.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) 1 chance sur 2 : environ $300 \div 2 = 150$ piles.

b) 1 chance sur 6 : environ $600 \div 6 = 100$ six.

c) 1 chance sur 4 :

$$80 \div 4 = 20 \text{ boules rouges environ}$$

— Ce sont des prévisions : en réalité, on obtiendra des nombres proches, comme 146 piles ou 23 rouges, rarement exactement la prévision.

Réponse. a) environ 150 · b) environ 100 · c) environ 20.

Correction de l’exercice 14 – Le délégué tiré au sort

a) 12 filles sur 25 élèves : 12 chances sur 25 (un peu moins d’une chance sur deux).

b) Après le premier tirage, il reste 24 élèves, dont 11 filles :

$$12 - 1 = 11 \text{ filles} \qquad 25 - 1 = 24 \text{ élèves}$$

— Le suppléant a 11 chances sur 24 d’être une fille.

— Le tirage est **sans remise** : la déléguée ne peut pas être tirée une seconde fois, ce qui change les chances.

Réponse. a) 12 sur 25 · b) 11 sur 24.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le stand de la kermesse

a) Une chance sur quatre avec 20 boules :

$$20 \div 4 = 5 \text{ boules gagnantes}$$

— b) Sur 100 parties, environ une sur quatre est gagnante : $100 \div 4 = 25$ lots.

— c) Recettes : $100 \times 1 = 100$ €. Lots : $25 \times 2 = 50$ €. Bénéfice espéré : $100 - 50 = 50$ €.

— C’est une prévision : selon le hasard, il y aura peut-être 22 ou 28 gagnants, et le bénéfice variera un peu.

Réponse. a) 5 boules · b) environ 25 lots · c) environ 50 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).