Plaquette 5 – Comparer des offres et déjouer les pièges

La proportionnalité — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Comparer et se méfier.

— Ramener à la même quantité :

$$500\text{ g} \to 2{,}40\text{ €} \overset{\text{2 fois plus}}{\longrightarrow} 1\text{ kg} \to 4{,}80\text{ €}$$

— On compare alors 4,80 € et le prix de l'autre offre pour 1 kg.

— Pièges fréquents : durée qui ne dépend pas de la quantité (cuisson, morceau de musique), promotion par lot, frais fixes, aire d'une figure dont on double les deux côtés (4 fois plus grande, et non 2 fois).

— Une réponse absurde (une cuisson de 2 heures, un enfant de 7 m) signale une proportionnalité mal utilisée.

Correction de l'exercice 1 – Le format familial

On ramène les deux offres à la même quantité, 1 kg :

$$500\text{ g} \to 2{,}40\text{ €} \overset{\text{2 fois plus}}{\longrightarrow} 1\text{ kg} \to 4{,}80\text{ €}$$

— Avec les petits pots, 1 kg coûte 4,80 € ; avec le pot familial, 4,50 €.

— Le pot **familial** est plus avantageux : il fait économiser $4{,}80 - 4{,}50 = 0{,}30$ € par kilo.

— À condition de tout manger avant que la confiture ne s'abîme !

Réponse. Le pot familial (4,50 € contre 4,80 € le kilo).

Correction de l'exercice 2 – Trois paquets de céréales

On ramène tout à 250 g :

$$500\text{ g} \to 2{,}80\text{ €} \overset{\text{2 fois moins}}{\longrightarrow} 250\text{ g} \to 1{,}40\text{ €}$$

— 750 g à 4,20 €, c'est 3 fois 250 g : $4{,}20 \div 3 = 1{,}40$ € pour 250 g.

— Petit paquet : 1,50 € pour 250 g.

— Les paquets de 500 g et de 750 g sont **aussi avantageux** l'un que l'autre (1,40 € les 250 g), et meilleurs que le petit.

Réponse. 500 g et 750 g (même prix au poids, 1,40 € les 250 g).

Correction de l'exercice 3 – La cuisson des pâtes

Hugo a utilisé un « fois plus » :

$$200\text{ g} \to 10\text{ min} \quad ? \quad 400\text{ g} \to 20\text{ min}$$

— Mais le temps de cuisson **ne dépend pas** de la quantité : chaque pâte cuit dans l'eau bouillante en 10 minutes, qu'il y en ait 200 g ou 400 g.

— Ce n'est **pas proportionnel** : il faut toujours 10 minutes (dans une casserole assez grande).

— Avec 20 minutes, les pâtes seraient trop cuites.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Non : toujours 10 minutes.

Correction de l’exercice 4 – Les musiciens

Le piège : raisonner en « fois plus » ou en « fois moins ».

$$4 \text{ musiciens} \to 5 \text{ min} \qquad 8 \text{ musiciens} \to 5 \text{ min}$$

— La durée d’un morceau ne dépend pas du nombre de musiciens : les 8 musiciens jouent **ensemble** le même morceau, qui dure toujours 5 minutes.
— Ni 10 minutes (« 2 fois plus de musiciens ») ni 2 minutes et demie (« 2 fois moins de temps ») : ce n’est pas une situation de proportionnalité.

Réponse. 5 minutes.

Correction de l’exercice 5 – Trois pour le prix de deux

— Sans l’offre : $9 \times 0{,}60 = 5{,}40$ €.
— Avec l’offre : 9 yaourts, ce sont 3 lots de 3 ; on paie 2 yaourts par lot, soit $3 \times 2 = 6$ yaourts :

$$6 \times 0{,}60 = 3{,}60 \text{ €}$$

— Économie : $5{,}40 - 3{,}60 = 1{,}80$ €.
— Avec l’offre, le prix n’est **pas proportionnel** : 1 yaourt coûte 0,60 €, mais 3 yaourts coûtent 1,20 € et non 1,80 €.

Réponse. 3,60 € avec l’offre, 5,40 € sans ; non.

Correction de l’exercice 6 – Louer un vélo

a) Loueur A : 3 € ; 6 € ; 9 € ; 12 €. Loueur B : $5 + 1 = 6$ € ; $5 + 2 = 7$ € ; $5 + 3 = 8$ € ; $5 + 4 = 9$ €.

b) Pour 4 h : A coûte 12 €, B coûte 9 €. Le loueur **B** est moins cher.

$$12 - 9 = 3 \text{ € d'économie}$$

— c) Seul le tarif **A** est proportionnel : 2 fois plus d’heures, 2 fois plus cher. B a une partie fixe de 5 €.
— A est moins cher pour les balades courtes (1 h ou 2 h), B pour les longues (3 h ou plus).

Réponse. a) A : 3, 6, 9, 12 € ; B : 6, 7, 8, 9 € · b) B · c) A.

Correction de l’exercice 7 – Le tarif de groupe

La classe compte 24 personnes, plus de 10 : elle a droit au tarif de groupe.

$$24 \times 5 = 120 \text{ €}$$

— Sans le tarif de groupe : $24 \times 6 = 144$ €.
— Économie : $144 - 120 = 24$ €, soit 1 € par élève.
— Le prix total n’est pas proportionnel au nombre de visiteurs : à partir de 10 personnes, le prix de chaque entrée baisse.

Réponse. 120 € ; 24 € d’économie.

Correction de l’exercice 8 – Le pot de peinture

a) Pour 50 m², il faut 2 petits pots ($2 \times 25 = 50$ m²) :

$$2 \times 18 = 36 \text{ €}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le grand pot coûte 60 € : les 2 petits pots sont moins chers.
— b) Pour 100 m², il faut 4 petits pots, $4 \times 18 = 72$ €, ou 1 grand pot, 60 €. Le **grand pot** est moins cher.
— Le « format économique » n'est intéressant que si l'on en utilise tout le contenu.

Réponse. a) 2 petits pots (36 €) · b) 1 grand pot (60 €).

Correction de l'exercice 9 – La livraison

— a) 3 kg : A : $5 + 3 \times 2 = 11$ € ; B : $3 \times 3 = 9$ €. B est moins cher.
— 10 kg : A : $5 + 10 \times 2 = 25$ € ; B : $10 \times 3 = 30$ €. A est moins cher.
— b) On essaie : 5 kg dans A coûtent $5 + 10 = 15$ € ; dans B, $5 \times 3 = 15$ €.

$$5 + 5 \times 2 = 5 \times 3 = 15 \text{ €}$$

— Pour 5 kg, les deux prix sont égaux. En dessous, choisir B ; au-dessus, choisir A.

Réponse. a) 3 kg : A 11 €, B 9 € ; 10 kg : A 25 €, B 30 € · b) 5 kg.

Correction de l'exercice 10 – La grande pizza carrée

Ce qui compte, c'est la quantité de pizza, donc l'**aire** :

$$15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2 \qquad 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$$

— $900 = 4 \times 225$: la grande pizza contient 4 fois plus de pizza que la petite (on peut y découper 4 petites pizzas).
— 4 petites pizzas coûteraient $4 \times 4 = 16$ €, contre 12 € pour la grande.
— Léa a tort : la grande est **plus avantageuse**. Doubler le côté d'un carré multiplie son aire par 4.

Réponse. Non : la grande vaut 4 petites (16 €) pour 12 €.

Correction de l'exercice 11 – Le calcul de Sacha

Sacha a supposé que la masse est proportionnelle à l'âge.

$$2 \text{ mois} \to 500 \text{ g} \quad ? \quad 120 \text{ mois} \to 30 \text{ kg}$$

— Un chat adulte pèse en général entre 4 et 6 kg : un chat de 30 kg serait aussi lourd qu'un enfant de 9 ans ! Le résultat est **absurde**.
— La croissance ralentit puis s'arrête à l'âge adulte : la masse n'est **pas proportionnelle** à l'âge.
— Avant d'appliquer un « fois plus », on vérifie que la situation est bien proportionnelle.

Réponse. Faux raisonnement : la masse d'un chat n'est pas proportionnelle à son âge.

Correction de l'exercice 12 – Trop de données

On trie d'abord les données : l'heure de départ, le nombre de passagers et l'âge du chauffeur ne servent pas.

— 1 h 30 min = 90 min, c'est 3 fois 30 min : en 30 min, le car parcourt $90 \div 3 = 30$ km.
— 2 h = 120 min, c'est 4 fois 30 min :

$$30 \text{ min} \to 30 \text{ km} \xrightarrow{4 \text{ fois plus}} 2 \text{ h} \to 120 \text{ km}$$

— Le car parcourt 120 km en 2 h.

Réponse. 120 km (l'heure, les passagers et l'âge sont inutiles).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Le prix du jus

— Dans le pack, 1 L coûte 6 fois moins que 6 L :

$$6 \div 6 = 1 \text{ € le litre}$$

— 12 bouteilles séparées : $12 \times 1{,}20 = 14{,}40$ €. 2 packs : $2 \times 6 = 12$ €.

— Économie : $14{,}40 - 12 = 2{,}40$ €, soit 0,20 € par litre.

— Le prix n’est donc pas proportionnel au volume acheté : le pack est vendu moins cher au litre.

Réponse. 1 € le litre ; 2,40 € d’économie.

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : 2 fois moins de pommes, $5 \div 2 = 2{,}50$ €.

b) **Faux** : les deux gâteaux cuisent en même temps, en 40 minutes environ.

c) **Vrai** : le périmètre vaut 4 fois le côté.

d) **Faux** : l’aire est multipliée par 4.

$$(2 \times c) \times (2 \times c) = 4 \times c \times c$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : les courses de la classe verte

a) 28 demi-litres, c’est $28 \div 2 = 14$ L. Deux packs (12 L) et 2 bouteilles : $2 \times 6 + 2 \times 1{,}20 = 12 + 2{,}40 = 14{,}40$ €. Trois packs (18 L) coûteraient 18 € et 14 bouteilles 16,80 € : la première solution est la moins chère.

b) Il faut 28 biscuits. 4 paquets donnent 32 biscuits pour $4 \times 2 = 8$ € ; le carton de 40 coûte 9 €. Les **paquets** sont moins chers ici, même si le carton est moins cher par biscuit.

c) Total :

$$14{,}40 + 8 = 22{,}40 \text{ €}$$

Réponse. a) 14 L : 2 packs + 2 bouteilles (14,40 €) · b) 4 paquets (8 €) · c) 22,40 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).