Plaquette 4 – Mélanges, vitesses et débits

La proportionnalité — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Mélanges et allures régulières.

— Mélange « 1 pour 7 » : 1 + 7 = 8 parts en tout.

$$\text{valeur d'une part} = \text{quantité totale} \div \text{nombre de parts}$$

— Exemple : 2 L = 200 cL de boisson, 200 ÷ 8 = 25 cL par part : 25 cL de sirop et 7 × 25 = 175 cL d'eau.

— Allure régulière : en 2 fois plus de temps, 2 fois plus de distance (ou de volume).

$$1\text{ h} \to 130\text{ km} \qquad \text{une demi-heure} \to 65\text{ km}$$

Correction de l'exercice 1 – Le sirop à l'eau

a) 3 fois plus de sirop, donc 3 fois plus d'eau : 3 × 7 = 21 verres d'eau. Boisson : 3 + 21 = 24 verres.

b) Le mélange compte 1 + 7 = 8 parts. La carafe fait 2 L = 200 cL :

$$200 \div 8 = 25\text{ cL par part}$$

— Sirop : 1 part, 25 cL. Eau : 7 parts, 7 × 25 = 175 cL.

— Vérification : 25 + 175 = 200 cL.

Réponse. a) 21 verres d'eau, 24 verres de boisson · b) 25 cL de sirop, 175 cL d'eau.

Correction de l'exercice 2 – Le béton

a) 4 fois plus de ciment : 4 × 2 = 8 seaux de sable et 4 × 3 = 12 seaux de gravier. En tout : 4 + 8 + 12 = 24 seaux.

b) Une « recette » compte 1 + 2 + 3 = 6 seaux. Pour 30 seaux :

$$30 \div 6 = 5\text{ recettes}$$

— Ciment : 5 × 1 = 5 seaux ; sable : 5 × 2 = 10 seaux ; gravier : 5 × 3 = 15 seaux.

— Vérification : 5 + 10 + 15 = 30 seaux.

Réponse. a) 8 sable, 12 gravier, 24 en tout · b) 5 ciment, 10 sable, 15 gravier.

Correction de l'exercice 3 – La peinture orange

a) 12 pots de jaune, c'est 4 fois plus que 3 : il faut 4 × 1 = 4 pots de rouge.

b) Une « recette » donne 3 + 1 = 4 pots d'orange. Pour 20 pots :

$$20 \div 4 = 5\text{ recettes}$$

— Jaune : 5 × 3 = 15 pots ; rouge : 5 × 1 = 5 pots.

— c) 6 pots de jaune, c'est 2 fois plus que 3 : il faudrait 2 pots de rouge. Avec 3 pots de rouge, l'orange est **plus foncé** (plus rouge).

Réponse. a) 4 rouges · b) 15 jaunes, 5 rouges · c) non, il est plus rouge.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Sur l’autoroute

La distance est proportionnelle à la durée.

— 2 h : 2 fois plus qu’en 1 h, $2 \times 130 = 260$ km.
— Une demi-heure : 2 fois moins qu’en 1 h, $130 \div 2 = 65$ km.
— 2 h 30 min = 2 h + une demi-heure :

$$260 + 65 = 325 \text{ km}$$

— Dans la réalité, les arrêts et les ralentissements allongent le trajet : ce calcul donne la distance si l’allure ne change jamais.

Réponse. 260 km ; 65 km ; 325 km.

Correction de l’exercice 5 – Remplir la piscine

— 600 L, c’est 10 fois plus que 60 L :

$$5 \text{ min} \to 60 \text{ L} \overset{\text{10 fois plus}}{\longrightarrow} 50 \text{ min} \to 600 \text{ L}$$

— Il faut 50 minutes pour remplir la piscine.
— En 1 minute (5 fois moins de temps) : $60 \div 5 = 12$ L.
— Vérification : $50 \times 12 = 600$ L.

Réponse. 50 min ; 12 L par minute.

Correction de l’exercice 6 – Le coureur

On passe par 1 km :

$$3 \text{ km} \to 15 \text{ min} \overset{\text{3 fois moins}}{\longrightarrow} 1 \text{ km} \to 5 \text{ min}$$

— 10 km : $10 \times 5 = 50$ min.
— 1 h = 60 min, c’est 4 fois 15 min : il parcourt $4 \times 3 = 12$ km.
— Vérification : 12 km à 5 min le kilomètre, $12 \times 5 = 60$ min.

Réponse. 50 min ; 12 km.

Correction de l’exercice 7 – La pâte à sel

6 verres de farine, c’est 3 fois plus que 2 verres :

$$2 \text{ verres} \to 1 \text{ boule} \overset{\text{3 fois plus}}{\longrightarrow} 6 \text{ verres} \to 3 \text{ boules}$$

— Sel : $3 \times 1 = 3$ verres. Eau : $3 \times 1 = 3$ verres.
— En tout : $6 + 3 + 3 = 12$ verres d’ingrédients pour 3 boules, soit 4 verres par boule, comme dans la recette (2 + 1 + 1).

Réponse. 3 boules ; 3 verres de sel et 3 verres d’eau.

Correction de l’exercice 8 – Le prix au kilo

Le prix est proportionnel à la masse.

— 2,5 kg : $2{,}5 \times 6 = 15$ € (2 kg pour 12 €, et la moitié d’un kilo pour 3 €).
— 500 g, c’est 2 fois moins que 1 kg : $6 \div 2 = 3$ €.
— 750 g = 500 g + 250 g ; 250 g, c’est 4 fois moins que 1 kg, soit $6 \div 4 = 1{,}50$ €.

$$750 \text{ g} \to 3 + 1{,}50 = 4{,}50 \text{ €}$$

Réponse. 15 € ; 3 € ; 4,50 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – La consommation de la voiture

— 300 km : 3 fois plus que 100 km, $3 \times 5 = 15$ L.
— 50 km : 2 fois moins que 100 km, $5 \div 2 = 2{,}5$ L.
— 350 km = 300 + 50 :

$$350 \text{ km} \to 15 + 2{,}5 = 17{,}5 \text{ L}$$

— Si l’essence coûte 2 € le litre, le trajet de 350 km coûte $17{,}5 \times 2 = 35$ €.

Réponse. 15 L ; 2,5 L ; 17,5 L.

Correction de l’exercice 10 – Le tuyau d’arrosage

— 10 L, c’est 2 fois moins que 20 L : $2 \div 2 = 1$ minute.
— 150 L, c’est 15 fois 10 L :

$$10 \text{ L} \to 1 \text{ min} \overset{\text{15 fois plus}}{\longrightarrow} 150 \text{ L} \to 15 \text{ min}$$

— Il faut 15 minutes pour la cuve.
— Vérification : $150 = 20 \times 7 + 10$, soit $7 \times 2 + 1 = 15$ minutes.

Réponse. 1 min ; 15 min.

Correction de l’exercice 11 – Le grand livre

On passe par une quantité commode : 3 pages (4 fois moins que 12).

$$12 \text{ pages} \to 20 \text{ min} \overset{\text{4 fois moins}}{\longrightarrow} 3 \text{ pages} \to 5 \text{ min}$$

— 300 pages, c’est 100 fois 3 pages : $100 \times 5 = 500$ min.
— 500 min = 480 min + 20 min = 8 h 20 min (car $8 \times 60 = 480$).
— Si elle lit 1 h par jour, il lui faudra 9 jours (le 9^e jour, seulement 20 minutes).

Réponse. 500 min, soit 8 h 20 min.

Correction de l’exercice 12 – Les graines pour oiseaux

Une « recette » donne $2 + 3 = 5$ kg de mélange.

$$20 \div 5 = 4 \text{ recettes}$$

— Tournesol : $4 \times 2 = 8$ kg. Millet : $4 \times 3 = 12$ kg.
— Vérification : $8 + 12 = 20$ kg, et le rapport est le même : 8 kg pour 12 kg, c’est 4 fois « 2 pour 3 ».

Réponse. 8 kg de tournesol, 12 kg de millet.

Correction de l’exercice 13 – L’erreur de Nina

Pour garder le même goût, il faut multiplier **les deux** quantités par 2 :

$$2 \times 1 = 2 \text{ verres de sirop} \qquad 2 \times 7 = 14 \text{ verres d'eau}$$

— Nina n’a doublé que le sirop : avec 2 verres de sirop pour 7 verres d’eau, sa boisson est **deux fois trop sucrée**.
— Elle obtient 9 verres de boisson, et non 16.
— Dans un mélange, toutes les quantités doivent changer « le même nombre de fois ».

Réponse. Il faut aussi doubler l’eau : 2 verres de sirop pour 14 verres d’eau.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : 2 fois moins de temps, $18 \div 2 = 9$ km.

b) **Vrai** : 500 g, c’est 2 fois 250 g, donc $2 \times 2 = 4$ œufs.

c) **Faux** : $1 + 4 = 5$ parts en tout.

d) **Vrai** : en 2 min, 12 L ; en 30 s (une demi-minute), 3 L.

$$12 + 3 = 15 \text{ L}$$

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : les smoothies de la fête

a) 30 n’est pas un multiple de 4 : on passe par 2 verres (1 banane, 150 g de fraises, 10 cL de lait), puis 30 verres, c’est 15 fois plus :

$$15 \times 1 = 15 \text{ bananes} \qquad 15 \times 150 = 2\,250 \text{ g} \qquad 15 \times 10 = 150 \text{ cL}$$

b) Bananes : $15 \times 0{,}30 = 4{,}50$ €. Fraises : 2,25 kg, soit $2{,}25 \times 8 = 18$ €. Lait : 1,5 L, il faut 2 bouteilles, 2 €. Total : $4{,}50 + 18 + 2 = 24{,}50$ €.

c) Recette : $30 \times 1 = 30$ €. Bénéfice : $30 - 24{,}50 = 5{,}50$ €.

Réponse. a) 15 bananes, 2 250 g de fraises, 150 cL de lait · b) 24,50 € · c) 5,50 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).